

攻玉社工科短期大学 正会員 山本欣弥
武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

1. はじめに

離散型事象 A ((1)式) の、個々の事象 a_i が持つ情報量 $I(a_i)$ は、その確率 p_i を用いて(2)式で得られる。また、事象 A のエントロピー $H(A)$ は、情報量 $I(a_i)$ の期待値として、(3)式で得られる。

$$A = \begin{pmatrix} a_1, & a_2, \dots, a_i, \dots, a_n \\ p_1, & p_2, \dots, p_i, \dots, p_n \end{pmatrix} \quad (1), \quad I(a_i) = \ln \frac{1}{p_i} = -\ln p_i \quad (2), \quad H(A) = \sum_{i=1}^n -p_i \ln p_i \quad (3)$$

エントロピー $H(A)$ は、事象 A を観測したときに得られる情報の大きさ、あるいは、事象 A が持つあいまいさの度合いを表している。著者ら¹⁾は、簡単なネットワークモデルを用いて、信頼性が同じであっても、それぞれのエントロピーが異なることに注目し、従来の信頼性の概念とは異なった面からシステムの評価の可能性について考察を行った。本研究では、この結果を踏まえて、エントロピーを用いて、ネットワークを基本構造とするライフラインシステムの地震リスク評価を行うための基礎的な検討を行っている。

2. ネットワークの構造特性の評価

ネットワークシステムの、「破壊(S)」, 「非破壊(F)」の事象の集合 A を(4)式で表す。

$$A = \begin{pmatrix} s_1, & s_2, \dots, s_i, & f_1, & f_2, \dots, f_m \\ p(s_1), & p(s_2), \dots, p(s_i), & p(f_1), & p(f_2), \dots, p(f_m) \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで、 s_i は、非破壊事象、 f_i は、破壊事象を示し、 $p(\cdot)$ は、各事象の発生確率を示す。

(5)~(8)式に、「非破壊」事象、「破壊」事象のサブシステムのエントロピーと、各々の最大エントロピーで除して正規化したものを示す。

$$H_1(S) = -\sum_s \frac{P(S)}{P(S)} \ln \frac{P(S)}{P(S)} \quad (5), \quad H_1(F) = -\sum_f \frac{P(f)}{P(F)} \ln \frac{P(f)}{P(F)} \quad (6), \quad h_{1,l}(S) = \frac{H_1(S)}{\ln l} \quad (7), \quad h_{1,m}(S) = \frac{H_1(S)}{\ln m} \quad (8)$$

従来、ネットワークシステムは、ノードとソースとがリンクにより連結される確率、つまり信頼性によって評価される。リンクの被害モードを破壊と非破壊の 2 つのみとすると、n 本のリンクを持つネットワークシステムでは、 n^2 個の事象が存在することになる。しかし、信頼性が同じネットワークシステムであっても、構成がまったく異なる場合もある。ここで、安全なネットワークシステムの条件を、①全体の信頼性が高い、②ソースとの連結経路の信頼性がそれぞれ高く、かつ複数存在する、③システムの破壊事象すべての確率が低く、かつ数が少ないと仮定する。2 番目の条件では、各事象の発生確率 $p(s_i)$ が大きくて同じような値となることを意味し、3 番目の条件では、 $p(f_i)$ が小さい値となることを示している。事象の数 l と m が 0 か 1 でなく、これらの条件にしたがう場合、「非破壊」、「破壊」のサブシステムのエントロピーは大きな値を示す。ここで、「非破壊」事象のサブシステムのエントロピーが小さい値を示すときは、信頼性の大きな特定の事象が存在することを示すと考えられる。また、「破壊」事象のサブシステムのエントロピーが小さい値を示すときは、破壊確率の大きな事象が存在することを示し、システムに弱点が存在する可能性を表すと考えられる。

3. 数値計算例

図 1 に示す簡単なネットワークモデルを用いて、システム特性とエントロピーの関係を考察する。エントロピーを計算するとき、対数の底は 2 とした。リンクの被害発生確率 (p_1, p_2, p_3) は、それぞれ独立であるものと仮定し、ノード A とノード B との連結確率 (信頼性) は、 $P(S)=0.643$ で一定になるように調整を

(キーワード) 情報エントロピー ネットワークシステム 信頼性 リスク評価

(連絡先) 〒141-0031 東京都品川区西五反田 5-14-2 TEL 03-3493-5671 FAX 03-3495-4071

した。Type 1 および 3 は、並列部であるリンク II、III の破壊確率をほぼ等しくしている。Type 2 および 4 は、リンク II、III の破壊確率に差を持たせた。結果を表 1、表 2 に示す。これから次のことが読み取れる。①「破壊」か「非破壊」かの 2 事象のみ考えたときのエントロピーは、 $H(S)=0.945$ と等しいが、全体のエントロピー (H_c) は、4 例とも異なる。②Type 1 では、 H_c は、2.644、 $H_1(S)=1.457$ 、 $h_{1,1}(S)=0.919$ となっている。Type 3 ではそれぞれ、2.708、1.579、0.996 となっている。ここで、Type 1 の非破壊事象の確率は、 $P(E_2)=0.147$ 、 $P(E_4)=0.343$ 、 $P(E_8)=0.147$ である。Type 3 では、それぞれ、0.197、0.241、0.199 であり、ばらつきが Type 1 より小さい。③破壊事象に関して Type 1 では、 $H_1(F)=2.122$ 、 $h_{1,m}(F)=0.914$ となっている。Type 3 ではそれぞれ、2.087、0.899 となっている。Type 1 と Type 3 の破壊事象の確率のばらつきを比較すると、Type 1 が比較的小さい。④②、③と同様に、Type 1~4 のエントロピーを比較すると、各事象の確率のばらつきの程度によって、値の大小が定まっていることがわかる。⑤Type 1~4 の非破壊事象は、リンク I が必ず「非破壊」である。リンク I が「破壊」したときは、他のリンクに関係なくシステムは、「破壊」となる。また、5 つある「破壊」事象中、リンク I が「破壊」となるものは 4 つある。このことから、リンク I が、例題のネットワークシステムの信頼性により多く関連しているため、リンク I に関する事象を整理統合することにより、ネットワークの特性を詳しく捉えられるものと考えらる。

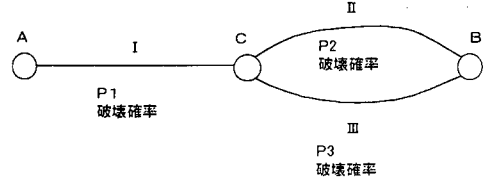


図 1 Complex System

表 1 Entropy of Complex System

Type 1 (p1=0.3, p2=0.3, p3=0.3)				Type 2 (p1=0.3, p2=0.1, p3=0.9)			
I	P(E)	I(E)	P(E)/I(E)	I	P(E)	I(E)	P(E)/I(E)
1	$F: p_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.147$	2.766	0.407	F: $p_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.027$	5.211	0.141	
2	$S: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.147$	2.766	0.407	S: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.007$	7.158	0.050	
3	$F: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.063$	3.988	0.251	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.003$	8.381	0.025	
4	$S: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.343$	1.544	0.529	S: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.063$	3.989	0.251	
5	$F: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.063$	3.988	0.251	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.243$	2.041	0.496	
6	$S: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.063$	3.988	0.251	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.063$	3.989	0.251	
7	$F: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.027$	5.211	0.141	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.027$	5.211	0.141	
8	$S: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.147$	2.766	0.417	S: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.567$	0.819	0.464	
$P(S) = \sum P(E_i) = 0.637$				$P(S) = \sum P(E_i) = 0.637$			
$P(F) = \sum P(E_i) = 0.363$				$P(F) = \sum P(E_i) = 0.363$			
$H(S) = P(S) \log_2 \frac{1}{P(S)} + P(F) \log_2 \frac{1}{P(F)} = 0.945$				$H(S) = P(S) \log_2 \frac{1}{P(S)} + P(F) \log_2 \frac{1}{P(F)} = 0.945$			
Subsystem $H_1(S) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(S)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(S)} = 1.457$				Subsystem $H_1(S) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(S)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(S)} = 0.551$			
$h_{1,1}(S) = \frac{H_1(S)}{\log_{10}} = 0.919$				$h_{1,1}(S) = \frac{H_1(S)}{\log_{10}} = 0.348$			
$H_1(F) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(F)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(F)} = 2.122$				$H_1(F) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(F)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(F)} = 1.441$			
$h_{1,m}(F) = \frac{H_1(F)}{\log_{10}} = 0.914$				$h_{1,m}(F) = \frac{H_1(F)}{\log_{10}} = 0.621$			
$H_c = 2.644$				$H_c = 1.819$			

表 2 Entropy of Complex System

Type 3 (p1=0.2, p2=0.45, p3=0.453)				Type 4 (p1=0.2, p2=0.3, p3=0.679)			
I	P(E)	I(E)	P(E)/I(E)	I	P(E)	I(E)	P(E)/I(E)
1	$F: p_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.060$	4.054	0.244	F: $p_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.045$	4.477	0.201	
2	$S: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.197$	2.344	0.462	S: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.077$	3.699	0.285	
3	$F: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.049$	4.344	0.214	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.019$	5.699	0.110	
4	$S: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.241$	2.054	0.495	S: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.180$	2.477	0.415	
5	$F: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.050$	4.328	0.216	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.095$	3.395	0.323	
6	$F: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.163$	2.617	0.427	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.163$	2.167	0.427	
7	$F: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.041$	4.617	0.188	F: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.041$	4.617	0.188	
8	$S: \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.199$	2.328	0.464	S: $\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 = 0.380$	1.395	0.530	
$P(S) = \sum P(E_i) = 0.637$				$P(S) = \sum P(E_i) = 0.637$			
$P(F) = \sum P(E_i) = 0.363$				$P(F) = \sum P(E_i) = 0.363$			
$H(S) = P(S) \log_2 \frac{1}{P(S)} + P(F) \log_2 \frac{1}{P(F)} = 0.945$				$H(S) = P(S) \log_2 \frac{1}{P(S)} + P(F) \log_2 \frac{1}{P(F)} = 0.945$			
Subsystem $H_1(S) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(S)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(S)} = 1.579$				Subsystem $H_1(S) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(S)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(S)} = 1.328$			
$h_{1,1}(S) = \frac{H_1(S)}{\log_{10}} = 0.996$				$h_{1,1}(S) = \frac{H_1(S)}{\log_{10}} = 0.838$			
$H_1(F) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(F)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(F)} = 2.087$				$H_1(F) = -\sum \frac{P(E_i)}{P(F)} \log_2 \frac{P(E_i)}{P(F)} = 1.977$			
$h_{1,m}(F) = \frac{H_1(F)}{\log_{10}} = 0.899$				$h_{1,m}(F) = \frac{H_1(F)}{\log_{10}} = 0.851$			
$H_c = 2.708$				$H_c = 2.509$			

4. おわりに

簡単なネットワークモデルを用いて、ネットワークの信頼性と、「破壊」、「非破壊」事象のサブシステムのエントロピーとの関係を考察した。ネットワークの構成により、「破壊」、「非破壊」事象の発生確率が異なり、その結果、エントロピーに差が生じることが確認された。今後の課題として、①ライフラインのリスク評価へ応用するために、エントロピーによってネットワークの特性を表すこと、②各事象の統合を行い、ネットワークシステムの重要管理ポイントを明確にすること 等が考えられる。

参考文献

- 1) Hoshiya, M. and Yamamoto, K.: Role of Entropy in Safety Evaluation of Structural Systems, First USA-China-Japan Workshop on Civil Infrastructure Systems, Shanghai, China, Nov.4 to 6, 1998
- 2) Kullback, S.: Information Theory and Statistics, Dover Publications, Inc., New York, 1959
- 3) 有本卓：現代情報理論，社団法人電子情報通信学会，1978 年