

(I-29) マーカー粒子法による簡単な流動問題

東海大学大学院 学生会員 戸田 哲哉
東海大学工学部 正会員 島崎 洋治

1. はじめに

物質が流動する現象を解明することは工学上重要な課題である。土木工学に関わる物質の流動問題は多々ある。例えば、斜面崩壊による地すべりは、自然災害をもたらす。また、コンクリートなどの流動する建設材料は、その流動特性を把握していないと、施工時に支障をきたす。

本研究では、非定常・非圧縮性流体のクリープ流動を、マーカー粒子有限要素法^[1]により解析することを考える。ここではマーカー粒子法としてベクトルの外積を使った手法^[2]を用い、流体の物体力、および流動による移流項を考慮して解析を行った。

簡単な流動問題として、コンクリートのスランプ試験に相当する軸対称問題、および物体が斜面を流動する問題の解析を行った。

2. 支配方程式

物体力および移流項を考慮した非圧縮性ニュートン流体の支配方程式は、デカルト座標系に対し以下のよう表される。

運動方程式：

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} \quad (5)$$

連続方程式 (非圧縮性)：

$$u_{i,i} = \epsilon_{ii} = 0 \quad (2)$$

境界条件：

$$u_i = \bar{u}_i \quad (6)$$

構成方程式：

$$\epsilon_{ij} = \frac{u_{i,j} + u_{j,i}}{2} \quad (3)$$

$$v_j \sigma_{ij} = \bar{T}_i \quad (7)$$

ここに、 ρ は密度、 u_i は流速、 ϵ_{ij} はひずみ速度、 σ_{ij} は全体の応力テンソル、 σ'_{ij} は偏差応力テンソル、 p は圧力、 μ は粘性係数である。式(6)、(7)はそれぞれ第1種および第2種境界条件を示す。 v_j は外向き単位法線ベクトルの方向余弦、 $(-)$ は既知量を表す。

3. マーカー粒子法

マーカー粒子法は、流体を複数のマーカー粒子で表現し、それらの粒子を時間経過とともに変化する流速に応じて移動させ、流動現象を表現する方法である。流体の自由表面にマーカー粒子を配置することで自由表面位置が特定できる。さらに、流体内部にマーカー粒子を配置することで流動形状も可視化できる。流速は有限要素法により計算し、要素の各節点での流速に応じてマーカー粒子を移動させる。本研究では、6節点三角形アイソパラメトリック要素を使用し解析を行った。また、マーカー粒子の移動を特定するために、ベクトルの外積計算^[2]を用いた。詳細は参考文献[2]に述べられている。

キーワード：マーカー粒子法、ベクトルの外積、有限要素法、クリープ流動

連絡先：〒259-1292 神奈川県平塚市北金目1117 東海大学工学部 TEL 0463(58)1211 FAX 0463(50)2045

4. 例題解析

ここでは簡単な二次元問題2例について述べる。まず、例題1として、スランプ試験に相当する流体の流れを解析した。流体は図2(a)に示すような形状をしており、解析は軸対称部分の1ラジアン分のみ行った。解析領域は図1に示す通りであり、210個の6節点三角形要素、465節点で構成されている。領域内には流動体として560個のマーカー粒子を配置した。初期($t=0.0$)のマーカー粒子位置は図2(a)に示してある。尚、この例題では代表流速を $U=\sqrt{2gL}$ 、代表長を L 、レイノルズ数を1と考えて解析を行った。図2には時間経過に伴う流体の流動形状の変化を示した。

次に例題2として斜面を流れる流体の解析を行った。解析領域は図3に示すように78個の6節点三角形要素、189節点で構成されている。領域内には流動体として188個のマーカー粒子を配置した。斜面の傾斜角は 45° である。流体は自重のみで流れる。物性値は $\mu=1$ 、 $\rho=1$ として解析を行った。図4に斜面を流れる流体の流動形状を示した。

5. まとめ

マーカー粒子法を用いて簡単な流動問題の解析を行った。本来、土やコンクリートなどの構成式は非常に複雑である。ここでは、そうした構成式を考慮していないが、解析した2つの例題により定性的ではあるが、流動現象を表現できることを示した。

今後、実在の流体の構成式を考慮した、定量的な解析を行っていく予定である。

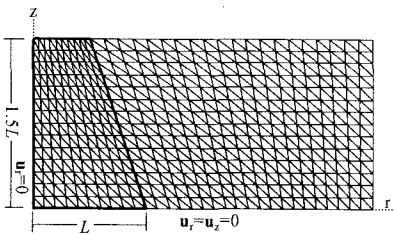


図1. 解析領域 (例題1)

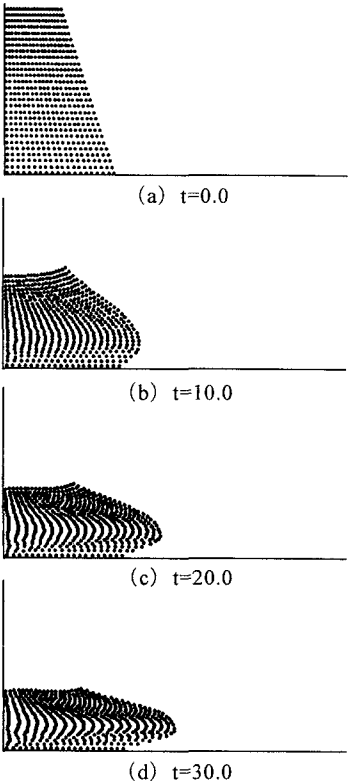


図2. 解析結果 (例題1)

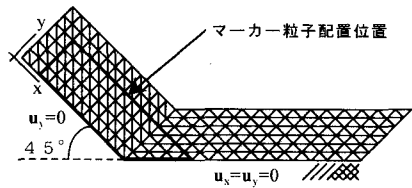


図3. 解析領域 (例題2)

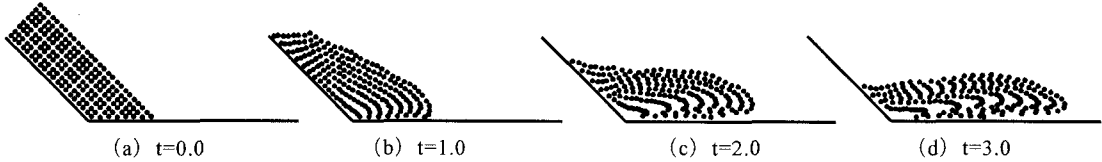


図4. 解析結果 (例題2)

参考文献

[1] Shimazaki, Y., Visualization of flows by FEM using six-node triangular element, Int. J. Numer. Methods Fluids, vol.21, 973-979, 1995.
 [2] 戸田他, 「ベクトルの外積を使った非定常クレープ流れの可視化」
 土木学会第53会年次学術講演会概要集, 共通セッション, pp.408-409, 1998.