(Ⅰ－26)　均質化法による粘弾性解析のための並列計算手法の研究

中央大学大学院　学生会員　○牧野　孝久
中央大学理工学部　正会員　樫山　和男
鹿島建設（株）　正会員　宇尾　朋之

1. はじめに

均質化法は，漸近展開手法の一つであるマルチスケール法を複合材料の力学分野へ発展させた手法であり，複合材料の内部微視的構造を考慮に入れた解析を行う事が可能である．均質化法では微視的構造の幾何形状を厳密にモデリングすることが重要となるが，正確なモデリングに伴い計算時間及び記憶容量が大幅に増加するという実用上の問題がある．

本報告は，均質化理論に基づく複合材料の粘弾性解析を行うにあたり，その大規模化にともなう問題点を解決するための並列計算手法の構築を行い，その有効性について検討を行うものである．

2. 基礎方程式と均質化法

粘弾性体の支配方程式，構成式は次式で与えられる．

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}(t)}{\partial x_j} + \dot{f}_i(t) = 0 \qquad (1)$$

$$\dot{\sigma}_{ij}(t) = D^e_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl}(t) - \dot{A}_{ijkl}\varepsilon_{kl}(t) \qquad (2)$$

次に仮想仕事の原理式を示す．ここで $t=0+$ においては実空間上で式 (3)，$t>0+$ においてはラプラス空間上で式 (4) のように表される．$t=0+$ では線形弾性体と同様の定式化となる．

$t=0+$

$$\int_v D_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\frac{\partial \nu_i}{\partial x_j}dV = \int_s f_i\nu_i dS \qquad (3)$$

$t>0+$

$$\int_v (D_{ijkl}+s\eta_{ijkl})\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_l}\frac{\partial \nu_i}{\partial x_j}dV = \int_s \bar{f}_i\nu_i dS \qquad (4)$$

次に $t>0+$ において均質化法の適用を行う．均質化法では，対象とする巨視的構造が任意の周期性を持つ微視的構造で構成されているものと仮定する．この巨視的構造と微視的構造の間に成り立つ特性変位関数 χ を定めることで，微視的構造を考慮した巨視的構造の材料定数を決定し，その結果から微視的構造の断面力及び変位が得られる．

$t>0+$ における微視的方程式は Laplace 変換を用いた定式化[1]を行う．微視的方程式が唯一の解を持つと仮定すれば，微視的変位はラプラス空間上で変数分離された式 (5) となり，最終的な微視的方程式は式 (6) となる．

$$\bar{u}_k^1 = -\bar{\chi}_k^{mn}\frac{\partial \bar{u}_m^0}{\partial x_n} - \frac{1}{s}\chi_k^{mn}(0+)\frac{\partial u_m^0(0+)}{\partial x_n} \qquad (5)$$

$$\int_Y D_{ijkl}\frac{\partial \chi_k^{mn}(t)}{\partial y_l}\frac{\partial \nu_i^1}{\partial y_j}dY + \int_Y \eta_{ijkl}\frac{\partial \dot{\chi}_k^{mn}(t)}{\partial y_l}\frac{\partial \nu_i^1}{\partial y_j}dY = 0 \qquad (6)$$

本報告では，特性変位関数 χ の計算が全計算時間の大部分を占めるため，微視的構造に関する計算部分に並列処理を行った．従って巨視的方程式に関する説明は省略する．詳しい定式化については参考文献 (1) を参照願いたい．

3. 並列計算手法

本報告では，Element by Element SCG 法を用いた微視的構造の計算部分 (図１) に並列処理を行った[2),3)]．並列計算の前処理として解析メッシュを，使用するプロセッサと同数の小領域に分割し，計算負荷の分散及び均等化を行う．本手法ではボクセルメッシュを用いているため，領域分割が容易に行えることが特徴である．領域分割の注意点としては，(1) 計算負荷の均等化，(2) 通信量の最少化の２つが挙げられる．(1) に関しては，各小領域での要素数の均等化，(2) に関しては領域境界上の節点数の最小化を行えば良い．また均質化法では微視的構造に周期境界条件を仮定しているため，このための通信を行う必要がある．そこで領域境界上と周期境界上での通信回数の最小化のため，スライス状の分割を行った (図 2)．この場合，周期境界条件のモデル図が示す通り，周期境界上の通信を一度で行うことが可能となる．

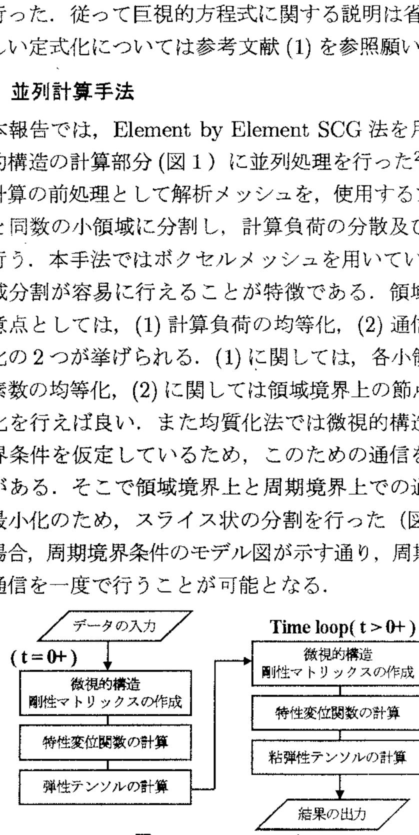

図１ フローチャート

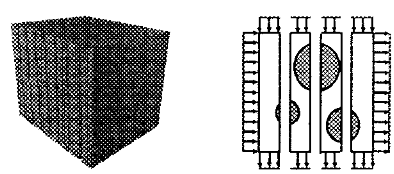

図２　領域分割モデル図

領域分割を行った後，リナンバー処理を行う．この処理では，各小領域の節点番号・要素番号を新たに１から振り直すことにより，記憶容量の削減を図るものである．また，通信のための節点データや周期境界条件などの各情

KeyWords: 並列計算，均質化法，有限要素法
〒112-8551　東京都文京区春日 1-13-27,
Tel:03(3817)1815, Fax:03(3817)1803

報についても各領域に合わせてリナンバー処理を行う必要がある．本手法では，領域分割をスライス状に行うものと限定することにより，ボクセルメッシュの節点番号及び要素番号の規則性を利用したリナンバーアルゴリズムを容易に構成することができる．

次に連立一次方程式の解法である Element by Element SCG 法の並列処理について説明する．並列化に伴い，次の 3 種類の通信：①隣接領域間通信，②周期境界条件通信，③全領域間通信が必要となる．連立一次方程式を式 (7) とすると CG 法のアルゴリズムは以下の様になる．なお，x は未値ベクトル，rは残差ベクトル，p と qは作業ベクトル，e は要素番号，kは反復回数である．

$$Ax = b \tag{7}$$

・初期設定

$$r_0 = b - Ax_0 = b - \underbrace{\sum_e A^{(e)} x_0}_{①} \tag{8}$$

$$p_0 = r_0 \tag{9}$$

・解が収束するまで以下を k 回繰り返す．

$$q_k = Ap_k = \underbrace{\sum_e A^{(e)} p_k}_{①+②} \tag{10}$$

$$\alpha_k = \underbrace{(r_k, r_k)}_{③} / \underbrace{(p_k, q_k)}_{③} \tag{11}$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k \tag{12}$$

$$r_{k+1} = x_k - \alpha_k q_k \tag{13}$$

$$\beta_k = \underbrace{(r_{k+1}, r_{k+1})}_{③} / \underbrace{(r_k, r_k)}_{③} \tag{14}$$

$$p_{k+1} = r_{k+1} + \beta_k p_k \tag{15}$$

上記の①〜③部分においては，それぞれ先に述べた通信が発生する．式 (10) においては，まず周期境界条件通信（②）により周期境界上の節点の持つ情報を送受信し，その後，領域境界上の節点に対して要素の重ね合せを完成させるため隣接領域間通信（①）を行っている．また，内積計算部分（③）では，全領域でのスカラー量の総和を求めるために，全てのプロセッサ間で通信を発生させている．

なお，今回用いた並列計算機は富士通社の AP3000 であり，その諸仕様は表 1 に示すとおりである．通信ライブラリには汎用性を考え機種に依存しないＭＰＩを使用している．

表 1　計算機諸仕様

	AP3000(U300)
CPU	UltraSPARC-II[300MHz]
メモリ	128〜2000[MB]
データ転送速度	200[MB/sec]

4.　並列処理の効果

数値解析例として，微視的構造に弾性係数および粘性係数の異なる 2 種類の材料から成る複合材料モデルを作成した．Mesh-L（要素数：104 × 104 × 104），Mesh-S（要素数：64 × 64 × 64）の 2 種類のメッシュを用いて解析を行った．

並列処理の効果を調べた結果として，並列化効率を図 3 に，実行ファイルのサイズを図 4 に示す．Mesh-L において，並列化効率は 16 プロセッサで 91.5 %（対 4 プロセッサ）となり，高い速度向上が得られた．計算時間は 16 プロセッサ使用時で 1 ステップ 5597(sec)（約 94 分）となった．実行ファイルサイズに関しては単体で 567[MB] に対して，領域分割による記憶容量の分散により 16 プロセッサ使用時で 135.8[MB] となった．

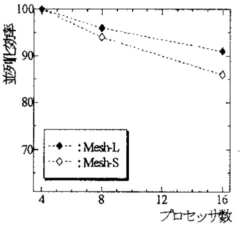

図 3　並列化効率

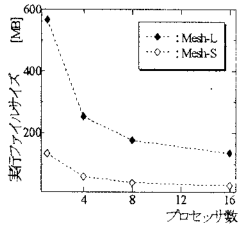

図 4　記憶容量負荷

5.　おわりに

本報告では，均質化法に対する並列計算法を構築しその有効性を検討すべく粘弾性解析を行った．その結果，以下のことがわかった．

(1) 領域分割に基づく並列計算手法の構築を行い，大規模な計算が可能となった．

(2) 高い速度向上と省メモリーな解析が実現でき，均質化法に対する本手法の有効性が示せた．

(3) 要素数が多い計算ほど，高い並列化効率が得られ，さらに大規模な問題に対しても本手法は有効であると言える．

今後の課題は，領域分割の仕方による並列効果の検討，実画像データを用いた微視的構造のモデル化の検討を行う予定である．

謝辞　本研究を行うにあたり，並列計算機の使用を許可された富士通研究所並列処理研究センターに感謝の意を表します．

参考文献

1) 宇尾朋之, 樫山和男, 寺田賢二郎:ラプラス変換を用いた均質化理論に基づくアスファルト混合物の粘弾性解析, 応用力学論文集,Vol.1,p195-202,1998
2) 玉井典, 猪股渉, 樫山和男:非構造領域分割に基づく三次元非圧流れの大規模並列計算, 計算工学講演会論文集, 第 2 巻, 第 1 号,p265,1997,5
3) 牧野孝久, 宇尾朋之, 樫山和男:均質化法による弾性解析のための高性能並列計算手法の開発, 土木学会第 53 回年次学術講演会,CS-210,p418-419,1998