

(I-22) 4 辺単純支持矩形板の応力算定に関する一考察

日本大学 学生員 井手 康夫
日本大学 正 員 澤野 利章
日本大学 正 員 阿部 忠
日本大学 正 員 木田 哲量

1. はじめに 平板部材の全体挙動を包括的に捉える薄板理論とその概略をほぼ定量的に把握する梁理論の境界条件, 制約条件としての辺長比の影響を実験的・解析的に解明することは合理的な設計において重要である。そこで, 本研究では4辺単純支持矩形板を基本モデルとして, 部材の断面力を近似的に算定する場合において, ある幅をもつ供試体を切り出し, 梁理論・薄板理論に基づく数値解析ならびに静的荷重載荷実験を実施して, 理論解析の妥当性や対象部材の応力の再現を可能とするような荷重, 応力の関数を部材幅・座標位置の観点から定量的かつ定性的に考察する。

2. 解析手法

2.1 解析モデル 解析の対象とした基本モデル (4 辺単純支持矩形板) および基本モデルから切り出した相対 2 辺単純支持, 他辺自由な境界条件にある供試体の概要を図-1 に, これらの解析モデルの諸元を表-1 に示す。静的載荷実験では, 表-1 に基づいた等方性のアクリル板を供試体使用する。載荷荷重は部分等分布荷重とし, 基本モデルおよび供試体の中央に作用させた。

支間長 $a=100\text{cm}$, 厚さ $h=1\text{cm}$, 載荷幅 $u=v=1\text{cm}$

ポアソン比 $\nu=0.39$, ヤング係数 $E=28,544\text{kgf/cm}^2$

2.2 数値解析 梁理論による解析値は, 供試体を単なる矩形断面梁 (全断面有効) として初等曲げ理論により算出し, 薄板理論による解析値は, Navier の 2 重 Fourier 級数解と Levy の 1 重 Fourier 級数解の和によって算出した。

3. 解析結果および考察 本研究では, 全ての切り出し部材により基本モデルの最大応力を再現できる関数を求めることを目的とし, まず, $P=10\text{kgf}$ 載荷の基本モデルにおける x 方向の最大応力の実測値 $\sigma_x (=29.61\text{kgf/cm}^2)$ と各供試体の載荷点直下の応力 σ_{x1} が等価 ($\sigma_x=\sigma_{x1}$) となるような推定荷重 P_1 を静的荷重載荷実験により求めた。

この結果から得られた推定荷重 P_1 が作用した場合の中央点での実測値と解析値の最大応力の比較を表-2 に示す。表-2 より中央点における応力の実測値と薄板理論による解析値との差は 10 % 程度の差となっており, 全ての供試体に対して精度よく評価できるといえる。これに対し, 梁理論による解析値は最大で 60 % の差を生じており, 部材幅が大きくなるほど実測値を過小に評価するという傾向が認められる。

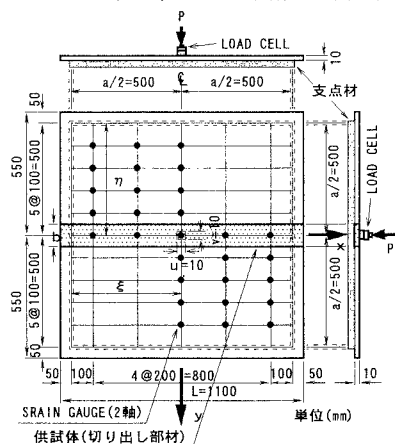


図-1 解析モデル概要図

表-1 解析モデルの諸元

供試体名	幅 b (cm)	辺長比 λ b/a	荷重載荷位置 (mm) ξ	η	支持状態
No. 1	5	1/20	500	25	2 辺
No. 2	10	1/10	500	50	2 辺
No. 3	25	1/4	500	125	2 辺
No. 4	35	1/2.9	500	175	2 辺
No. 5	50	1/2	500	250	2 辺
No. 6	60	1/1.7	500	300	2 辺
No. 7	100	1/1	500	500	2 辺
基本モデル	100	1/1	500	500	4 辺

表-2 最大応力 σ_x の比較

供試体名	推定荷重 P_1 (kgf)	応力 σ_x (kgf/cm ²)		
		実測値	梁理論	薄板理論
No.1	1.1	28.83	33.00	31.01
No.2	2.2	29.69	33.00	33.11
No.3	4.6	30.43	27.60	32.73
No.4	6.0	29.43	25.71	35.27
No.5	6.6	29.01	19.80	31.98
No.6	7.2	29.32	18.00	32.15
No.7	8.8	29.60	13.20	33.28
基本モデル	10.0	29.61		32.45

キーワード: 薄板理論, 梁理論, 4 辺単純支持矩形板

連絡先: 〒275-8575 千葉県習志野市泉町1-2-1 Tel 0474(74)2460

3.1 応力による荷重係数 k_p の算定

前述の推定荷重 P_i を算定するために荷重載荷点における応力に着目し、 P_i のパラメーターである荷重係数 k_p を以下の手順により算出する。

実測値における k_p は、基本モデルにおける載荷荷重 $P=10\text{kgf}$ と静的荷重載荷実験により得られた各供試体の推定荷重 P_i との比① $k_p (=P_i/P)$ により算出した。解析値における k_p については、 $P=10\text{kgf}$ 載荷時の薄板理論による基本モデルの最大応力 $\sigma_x (=32.45\text{kgf/cm}^2)$ の解析値を基にし、同荷重が載荷した場合の各供試体における応力 σ_o の解析値を算出して、その比② $k_p (= \sigma_x / \sigma_o)$ により求めた。①、②より得られた実測値と解析値の k_p と辺長比 λ の関係を図-2に示す。図-2より薄板理論による k_p の値は、全ての供試体に対して極めて良好に実測値と近似していることが確認できる。一方、梁理論により求めた k_p は λ に比例して増大し、辺長比のオーダーが 0.25 を超えると実測値より大きくなる傾向にあり、その適用が妥当でないことがわかる。

3.2 応力係数 $k_{\sigma x} \cdot k_{\sigma y}$ の算定

$P=10\text{kgf}$ 載荷時の基本モデルと各供試体の最大応力 σ_x —致時において、中央および中央からある距離 d 離れた座標 $d(x, y)$ に生じる基本モデルの x, y 方向の応力 σ_{xd}, σ_{yd} を各供試体の同座標における応力 $\sigma_{xod}, \sigma_{yod}$ より再現できるような応力係数 $k_{\sigma x} (= \sigma_{xd} / \sigma_{xod})$, $k_{\sigma y} (= \sigma_{yd} / \sigma_{yod})$ を算定する。この結果から得られた各軸上の座標の実測値・解析値(薄板理論)と辺長比 λ の関係ならびに実測値の近似式を図-3, 4, 5に示す。図-3, 4, 5より、基本モデルに対する実測値の応力係数に対して解析値は $k_{\sigma x}$ では過大、 $k_{\sigma y}$ では過小に値が出る結果となったが、 $k_{\sigma x}$ は λ が小さくなるほどは減少するが、 $k_{\sigma y}$ は逆に2次曲線的に増大する傾向にあるということが確認できた。また、各座標において中心線からの距離比 $(=dx/a)$ の増大に伴って全ての供試体において $k_{\sigma x}$ は減少する傾向が見られた。特に、距離比が 0.2 以下の範囲においてその傾向は顕著である。一方、 dy/a が大きくなるほど $k_{\sigma y}$ は増大するが、 λ が大きくなるほど緩やかな勾配で移行するといえる。

4. まとめ 本研究の範囲内において、次の結論を得た。

- ①最大応力に関しては、辺長比 λ が 0.25 以上の部材に対しては梁理論の適用には限界があり、薄板理論の適用が妥当であることが確認できた。
- ②対象部材における中央部の応力を再現できるような荷重、応力の関数を幅(辺長比)・座標(距離比)の観点から定性的かつ定量的に検証できた。

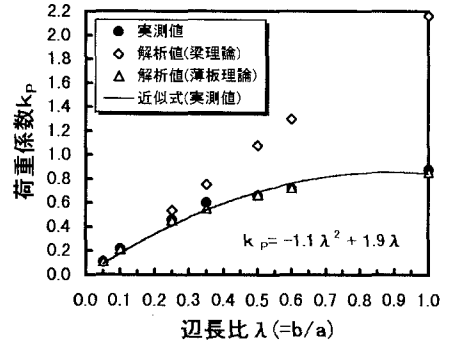


図-2 荷重係数 k_p —辺長比 λ 曲線

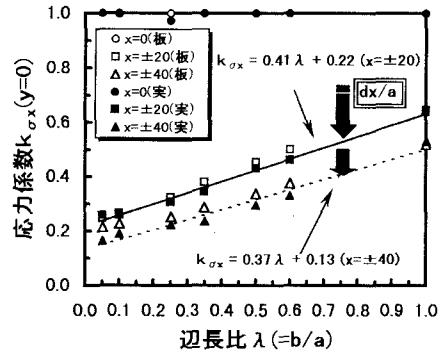


図-3 応力係数 $k_{\sigma x}$ —辺長比 λ 曲線 ($y=0$)

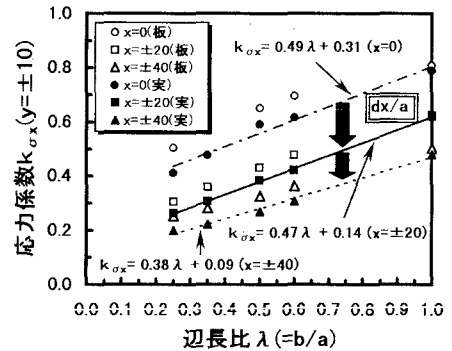


図-4 応力係数 $k_{\sigma x}$ —辺長比 λ 曲線 ($y=\pm 10$)

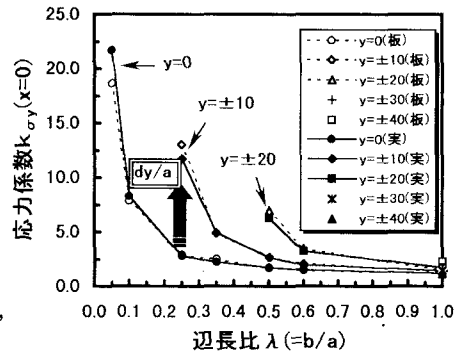


図-5 応力係数 $k_{\sigma y}$ —辺長比 λ 曲線 ($x=0$)