

(I-17) 接合部に半剛結バネを有する骨組の有限変位解析

東京都立大学 学生員 松原 拓朗
東京都立大学 正 員 野上 邦栄

1. はじめに

従来から鋼構造の接合部の形式には、様々なものがあり、通常の設計では完全剛結あるいはピン結合にモデル化する場合が多い。そのため実際の挙動と異なる可能性がある。最近、建築構造では接合部に半剛結特性を解析に採り入れる研究が行われている^{1),2)}。一方、土木分野では半剛結を設計に導入することが認められていないため、土木構造を対象とした研究はない。しかし、現実には接合方法によっては少なからず半剛結状態が存在することが考えられることから、この半剛結特性を考慮した解析法を確立しておくことは重要である。ここでは、半剛結部に回転ばね、せん断ばねおよび軸ばねでモデル化した鋼骨組の有限変位理論の定式化を行い、具体的にラーメン構造に適用し、その非線形挙動およびモデル化の有効性を明らかにする。

2. 接合部に半剛結バネを有する有限変位理論

まず、図-1 のようにはり要素 ij と長さ l の半剛結ばね要素 pq, rs からなるモデルを考える。各ばねの回転ばね剛性を k^r 、せん断ばね剛性を k^s 、軸ばね剛性を k^a と置く。このときばね要素 pq の要素剛性行列は次式で表すことができる。

$$R_{pq} = K_i^s \delta_{pq} \dots\dots\dots (1)$$

$$R_{pq} = \{N_p, S_p, M_p, N_q, S_q, M_q\}^T \dots\dots\dots (2)$$

$$\delta_{pq} = \{u_p, v_p, \theta_p, u_q, v_q, \theta_q\}^T \dots\dots\dots (3)$$

$$K_i^s = \begin{pmatrix} k_i^a & 0 & 0 & -k_i^a & 0 & 0 \\ 0 & k_i^s & 0 & 0 & -k_i^s & 0 \\ 0 & 0 & k_i^r & 0 & 0 & -k_i^r \\ -k_i^a & 0 & 0 & k_i^a & 0 & 0 \\ 0 & -k_i^s & 0 & 0 & k_i^s & 0 \\ 0 & 0 & -k_i^r & 0 & 0 & k_i^r \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

同様に、ばね要素 rs の要素剛性行列は次式のように与えられる。

$$R_{rs} = K_j^s \delta_{rs} \dots\dots\dots (5)$$

一方、はり要素 ij の非線形剛性方程式は非線形剛性行列を K と置くならば

$$R = K \delta \dots\dots\dots (6)$$

$$R = \{N_i, S_i, M_i, N_j, S_j, M_j\}^T \dots\dots\dots (7)$$

$$\delta = \{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\}^T \dots\dots\dots (8)$$

となる。したがって、半剛結ばね要素とはり要素からなる方程式は次式のようになる。

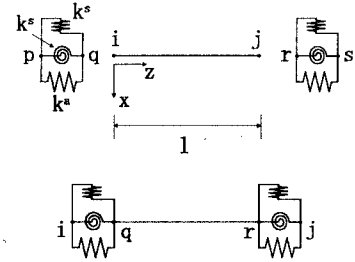


図-1 半剛結接合部を有する部材要素

$$R^* = K^* \delta^* \dots\dots\dots (9)$$

$$R^* = \{R_{pq}, R, R_{rs}\}^T \dots\dots\dots (10)$$

$$\delta^* = \{\delta_{pq}, \delta, \delta_{rs}\}^T \dots\dots\dots (11)$$

$$K^* = \begin{pmatrix} K_i^s & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K_j^s \end{pmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

ところで、半剛結接合部の変位ははり要素の変位との間に

$$\delta^* = T \bar{\delta} \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{\delta} = \{\delta, u_q, v_q, \theta_q, u_r, v_r, \theta_r\}^T \dots\dots\dots (14)$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

同様に、荷重も次式が成り立つ。

$$R^* = T \bar{R} \dots\dots\dots (16)$$

$$\bar{R} = \{R, P_q, S_q, M_q, P_r, S_r, M_r\}^T \dots\dots\dots (17)$$

したがって、式 (9) に代入すると

$$\bar{R} = \bar{K} \bar{\delta} \dots\dots\dots (18)$$

$$\bar{K} = T^T K^* T \dots\dots\dots (19)$$

と表すことができるので、さらに次式のように表示し直すことができる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{R}^a \\ \bar{R}^b \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{K}^{aa} & \bar{K}^{ab} \\ \bar{K}^{ba} & \bar{K}^{bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\delta}^a \\ \bar{\delta}^b \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

$$\bar{R}^a = \{R\}, \bar{\delta}^a = \{\delta\} \dots\dots\dots (21)$$

$$\bar{R}^b = \{P_q, S_q, M_q, P_r, S_r, M_r\}^T, \dots\dots\dots (22)$$

$$\bar{\delta}^b = \{u_q, v_q, \theta_q, u_r, v_r, \theta_r\}^T \dots\dots\dots (23)$$

したがって、はり要素ijの自由度のみで表示するため、節点q,rを縮約すると次式のように書き直すことができる。

$$\bar{K}^* \delta^a = \bar{R}^a - \bar{R}^* \dots\dots\dots (24)$$

$$\bar{K}^* = \bar{K}^{aa} - \bar{K}^{ab} [\bar{K}^{bb}]^{-1} \bar{K}^{ba} \dots\dots\dots (25)$$

$$\bar{R}^* = \bar{K}^{ab} [\bar{K}^{bb}]^{-1} \bar{R}_b \dots\dots\dots (26)$$

なお、q,rに分布荷重が作用しなければ $\bar{R}^* = 0$ と置けば良い。

ばね定数については、次式のように与える。

$$k^r = \frac{R_{ki}}{\{1 + (\frac{\theta_r}{M_u/R_{ki}})^n\}^n} \dots\dots\dots (27)$$

$$k^s = \frac{\beta^s}{1 - \beta^s} \frac{12EI_y}{\ell^3} \dots\dots\dots (28)$$

$$k^a = \frac{\beta^a}{1 - \beta^a} \frac{EA}{\ell} \dots\dots\dots (29)$$

回転ばねのばね定数には三要素 power モデルを使用した。このモデルは接合部の簡略な解析モデルから導いた曲げに関する初期剛性 R_{ki} と限界曲げ耐力 M_u および実験データを基にして決定する形状指数パラメータ n (ここでは半剛結①で $n = 0.5$ 、半剛結②で $n = 1.0$ を用いた) のみを用いて $M - \theta_r$ 特性を表すもので、 M, θ_r や剛性を直接代数式で算出することが可能である¹⁾。また、 β はヒンジの場合 $\beta = 0$ 、剛結の場合 $\beta = 1$ となる。

3. 解析モデルと非線形解析法

解析対象とするラーメン構造は、図-2のように両端固定の一層ラーメン構造であり、荷重は鉛直荷重 P と水平荷重 H を載荷している。部材断面は薄肉正方形断面 (1270×1270×20mm) である。

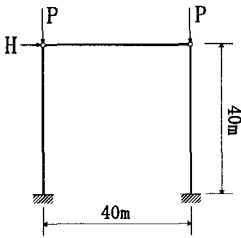


図-2 解析モデル

半剛結接合部を○印で示す。非線形解析は、NR法と弧長増分法を用いている³⁾。なお、荷重の載荷方法は水平荷重を作用した後、鉛直荷重を載荷して最大荷重を算出している。

4. 解析結果と考察

図-3は、式(27)の回転ばねのみを考慮した解析結果を示したものである。水平荷重が $H/P_{cr} = 10^{-4}$ (座屈荷重 $P_{cr} = 2520.65\text{ t}$) と微小の場合について、

回転ばねの結合剛性として剛結 ($R_{ki} = \infty$)、半剛結① ($R_{ki}=660000$)、半剛結② ($R_{ki}=66000$)、ヒンジ ($R_{ki} = 0$) をパラメータにして解析を行った。縦軸には座屈荷重に対する鉛直荷重の無次元量 (P/P_{cr}) を、横軸には要素長に対する頂部の水平変位の無次元量 (v/ℓ) を採っている。剛結回転ばねは、座屈荷重に漸近して最大荷重に達した後、変位の増大とともに荷重の減少が生じている。この傾向は他の半剛結ばねの場合も同様である。さらに、結合部剛性が小さいほど最大荷重が小さくなっている。

また、図-4はモーメントと接合部の相対回転角の関係を示したものである。半剛結①は、ほぼ直線状となり接合部の剛性の低下がみられなかったが、半剛結②では接合部剛性の低下が多少見られた。

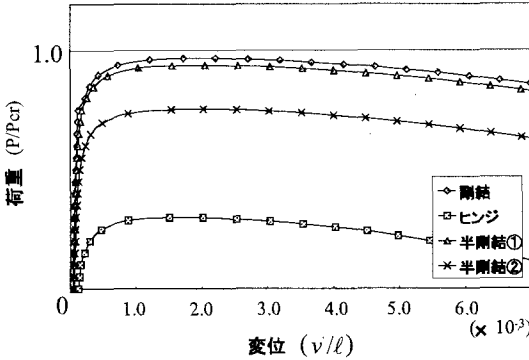


図-3 荷重変位曲線

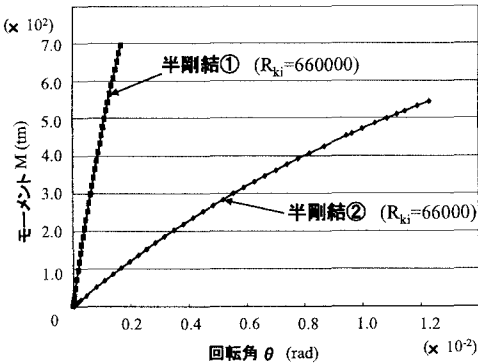


図-4 曲げモーメントと接合部の回転角

参考文献

- 1) 岸、Chen、松岡、能町: 鋼梁-柱接合部の曲げ剛性評価実験に関するデータベース作成とその応用, 構造工学論文集, Vol.35A, 1989
- 2) 後藤、鈴木、松浦: はりと柱の結合部の非弾性特性を考慮した半剛結平面骨組の臨界挙動の解析, 土木学会論文集, 第410号/I-12, 1989
- 3) 伊藤、野上: 不完全系釣合経路追跡計算上の問題点とその対策, 構造工学論文集, Vol.32A, 1986