

(II-37) 自由表面流れ解析における下流側境界処理方法の比較検討

中央大学大学院 学生会員 ○玉城 宏幸
中央大学 正会員 樫山 和男

1. はじめに

河川や開水路のような自由表面を有する流れの数値解析を行う場合、下流側境界をいかに適切に与えるかが問題となる。それは、下流側境界における流速、圧力が未知であるため、厳密な物理量を与えることが困難であるからである。そのため、開境界において何らかの近似的な処理を施すいくつかの開境界処理法が提案されている^[1]。しかし、それらが一般的な自由表面流れ解析に適しているとは言い難い。

そこで本論文では、いままでに提案されている開境界処理法を自由表面流れ解析に適用し計算結果を比較する。数値計算例として、規則波が発生させられる造波問題を取り上げ、開境界を通過する規則波の特徴を調べることで、それらの開境界処理法の有効性を検討する。

2. 基礎方程式と離散化手法

移動境界手法に ALE 法を適用すると、自由表面を有する非圧縮粘性流体の基礎方程式は ALE 表記された Navier-Stokes の運動方程式、

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (u_j - \hat{u}_j)u_{i,j} + \frac{1}{\rho}p_{,i} - \nu u_{i,jj} = f_i \quad (1)$$

と非圧縮流体の連続式、

$$u_{i,i} = 0 \quad (2)$$

で表される。ここで、 u , $\hat{u}$, p , ρ , ν , f は流速、節点速度、圧力、密度、動粘性係数、物体力である。時間離散化に修正準陰解法、空間離散化に流速双 1 次/圧力区分 0 次要素 (Q1/P0 要素) を用いた安定化有限要素法を適用すると、以下のような有限要素方程式を得る^[2]。

$$\frac{M_C u_i^{n+1} - M_C u_i^n}{\Delta t} + K(u_j^n - \hat{u}_j^n)u_i^n - \frac{1}{\rho}M_C M_L^{-1}Cp^{n+1} + \nu S u_i^n = N f_i \quad (3)$$

$$C^T u_i^{n+1} + D \Delta t \frac{1}{\rho} p^{n+1} = 0 \quad (4)$$

ここで、 M_C , M_L , D , C , K , S , N は各係数行列である。

3. 開境界処理法

比較する開境界処理法には、(1)Sommerfeld 放射条件を計算手法の中に組み込む方法と、(2)開境界近傍の流速を Dirichlet 型境界条件として与える方法を用いた。これらの手法の評価をするために、十分大きな計算領域を用いて計算し、波が反射する前に計算を中断する解析も行った。

KeyWords : 自由表面流れ解析, 下流側境界, 開境界処理法

連絡先 : 〒 112-8551 東京都文京区春日 1-13-27

TEL. 03-3817-1815 FAX. 03-3817-1803

(1)Sommerfeld 放射条件による方法

波動場の解析においてよく用いられている開境界処理法に、開境界において Sommerfeld 放射条件を組み込む方法がある^[3]。ここでは、式 (1) の第 1, 2 項が放射条件とほぼ等しいことに注目する。開境界を構成するメッシュ層分について弱形式を導かず、Q1/P0 要素を適用すると第 3, 4 項が消去され、放射条件とほぼ同等のものを容易に取り込むことができる^[4]。ここで、物理量は開境界に対し垂直方向のみに伝播させるため、式 (5) のように近似する。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + c \frac{\partial u_i}{\partial x} = f_i \quad (5)$$

ただし、圧力に関する第 3 項も消去されてしまうため、開境界での圧力は静水圧を規定した。

(2) 開境界近傍の流速を与える方法

この方法は、開境界近傍の流速を開境界における流速と近似することにより、Dirichlet 型境界条件として与えるものである。ここでは、開境界上の節点よりひとつ上流側の節点の前時間ステップの流速を与えた。

4. 数値計算例

4.1. 計算条件

数値計算例として、造波装置により発生させられる規則波問題を取り上げる (図-1)。まず、一様路床の水路での規則波の開境界を通過する特徴により開境界処理法 (表-1) の有効性の評価をする。次に、路床に障害物 (0.1m × 0.1m) がある水路を規則波が通過する場合の開境界の適切な設置位置を検討する。開境界の設置距離は障害物の幅を $D(=0.1\text{m})$ として 1~9D とした。また計算領域は、遠方に壁を設けた長領域と開境界処理法を適用する短領域とした。

表-1 : 開境界処理法

case1-1	伝播速度 $c=\sqrt{gh}$
case1-2	伝播速度 $c=\Delta x/\Delta t$
case1-3	伝播速度 $c=u$
case2-1	開境界近傍流速 u
case2-2	開境界近傍流速 u,v
case3	十分大きな計算領域

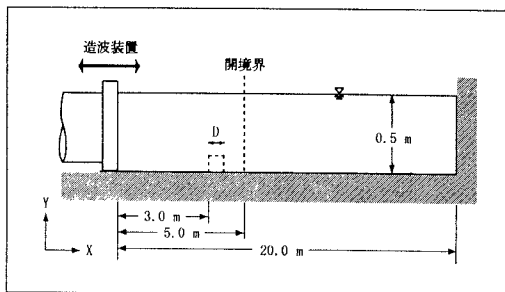


図-1 : 計算モデル

4.2 計算結果と考察

(1) 開境界処理法の比較

十分大きな計算領域(領域長 $L=20.0\text{m}$)を用いて波が反射する前に計算を打ち切ったもの(case3)を基準として、短領域(領域長 $L=5.0\text{m}$)での開境界処理法を適用した計算結果を比較した。

図-2, 3に開境界を規則波(振幅 0.1m , 周期 2.0sec)が通過するときの水面形状と開境界における流速分布を示す。開境界近傍の流速を与える方法は、case2-1, case2-2ともに水面形状、流速分布が明らかにcase3と一致していないことがわかる。一方、放射条件による方法は、case1-1, case1-2についてはcase3と同様の傾向を示しており、特に伝播速度に波速を用いたcase1-1は良く一致している。しかし、伝播速度を移流速度としたcase1-3は、 x -方向流速 u がゼロとなっており、開境界を波が透過せずに水位が上昇してしまっている。これは、静水状態から計算を行ったので伝播速度がゼロとなったためである。

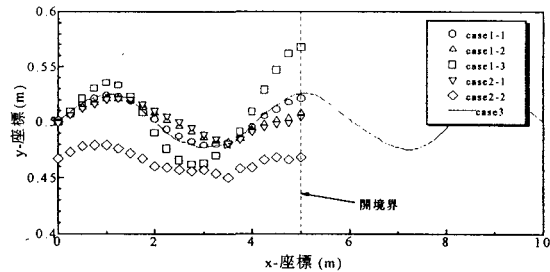


図-2：水面形状 (time=7sec)

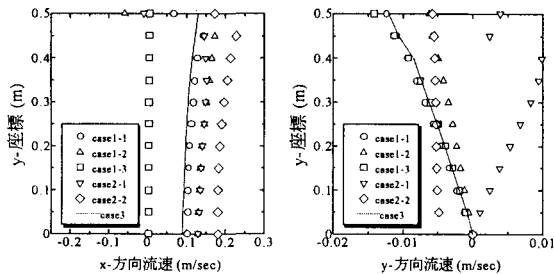


図-3：開境界における流速分布 (time=7sec)

(2) 開境界設置位置の検討

有効な開境界処理を行うためには適切な位置に開境界を設けることが必要である。そこで、路床に障害物がある水路に規則波(振幅 0.05m , 周期 2.0sec)を発生させ、開境界と障害物の距離をどの程度確保すれば開境界処理法が有効に機能するかを検討する。開境界処理法としては、伝播速度を波速とした放射条件を用いた。

開境界設置距離ごとの波の性質を図-4, 5に、case3での流速ベクトルを図-6を示す。障害物後方の複雑な流れ場の影響で、設置距離が1Dのときは有効な開境界処理法が行えず計算が発散した。3Dについては長領域での計算結果と若干違いがあるが、5~9Dの距離を確保した場合は水面形状、流速分布ともにほぼ一致している。そのため、障害物後方5D以上の設置距離を取る必要があると考えられる。

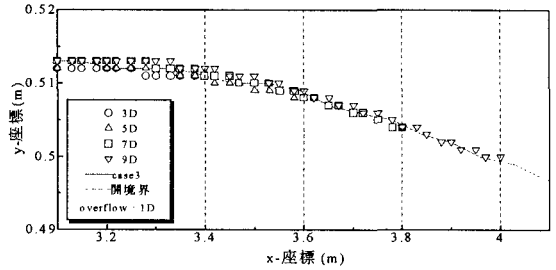


図-4：水面形状 (time=4sec)

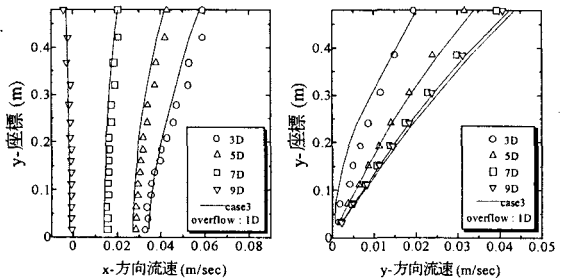


図-5：開境界における流速分布 (time=4sec)

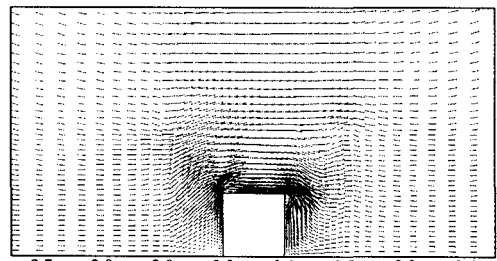


図-6：障害物付近の流速ベクトル (time=4sec)

4. おわりに

本論文では、自由表面流れ解析においていくつかの開境界処理法を比較しその有効性を検討した。その結果、以下のことがわかった。

- (1) 比較した開境界処理法のなかでは、伝播速度に波速を用いた放射条件による方法が、開境界における波の反射、減衰を起こさない方法であるとわかった。
- (2) 水路床に障害物がある問題に対して開境界処理法を適用する場合、開境界を有効な位置に設けなければならない、今回取り上げた数値計算例では障害物から少なくとも5D以上の距離は必要である。

今後は、流速の卓越する流れ問題に対する開境界処理法について検討していく予定である。

参考文献

- [1] 日野幹雄：解説-波の無反射透過境界の数値スキームについて、東工大土木工学科研究報告, No.39, 11月, pp.1-5, 1988.
- [2] 猪股涉, 榎山和男：安定化有限要素法による非圧縮性流れ解析, 第10回数値流体力学シンポジウム論文集, pp.334-335, 1996.
- [3] 清川哲志, 灘岡和夫, Setdar Beji：非線形波動伝播シミュレーションにおける開境界処理の一方法, 海岸工学論文集, 第43巻, pp.6-10, 1996.
- [4] M. Renardy：Imposed 'No' Boundary Condition at Outflow：Why Does It Work?, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 24, pp.413-417, 1997.