

(II-12) モードスプリット法による準3次元浅水長波流れ解析の大規模並列計算

中央大学大学院 学員 ○大場 慶夫
中央大学 正員 榎山 和男
アイ・エヌ・エー 正員 高木 利光

1. はじめに

海域における流れの計算において、物質の拡散や漂砂などの現象をより正確に捉えるためには、流れの鉛直構造を考慮した準3次元解析や3次元解析が必要とされる。しかし、解析領域が広く大規模な問題では、計算時間と記憶容量が多量となる問題が生じてくる。そこで、本論文では準3次元解析が可能となるモードスプリット有限要素法に対する並列計算手法を提案する。具体的には、非構造格子に適用可能な領域分割法に基づく陽的解法の並列アルゴリズムを構築する。これにより、計算時間の飛躍的な短縮と記憶容量の分散が行え、今まで計算が困難とされているような大規模計算が可能となる。数値解析例として東京湾における潮流解析を行い、計算時間と記憶容量の面から準3次元解析における並列計算の有効性について検討を行う。

2. 基礎方程式

モードスプリット法とは、式(1)に示すように、水平流速 u_i を鉛直方向に平均した量 (平均流速) U_i とそれからの変動成分 (変動流速) u'_i とに分離し、これらを別々に解き、足し合わせて準3次元的に流れ場を解く方法である¹⁾。

$$u_i(x_i, z, t) = U_i(x_i, t) + u'_i(x_i, z, t) \quad (1)$$

基礎方程式である浅水長波方程式をモードスプリット法により、平均流速からなる方程式と変動流速からなる方程式に分離する。さらに鉛直方向座標系に、鉛直方向の層分割を水深に拘わらず同数で分割する σ -座標系を導入すると、以下に示す方程式が導かれる¹⁾。

<平均流 (External Mode) >

$$\begin{aligned} \dot{U}_i + U_j U_{i,j} + \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-h}^{\zeta} u'_i u'_j dz + g \zeta_{,i} \\ - \frac{1}{\rho D} (\tau_{bi} - \tau_{si}) - (N_h U_{i,j})_{,j} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{\zeta} + (DU_i)_{,i} = 0 \quad (3)$$

<変動流 (Internal Mode) >

$$\begin{aligned} \dot{u}'_i + u_j u'_{i,j} + u_j U_{i,j} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} u'_{i,\sigma} - K_i \\ = -\frac{1}{\rho D} (\tau_{bi} - \tau_{si}) + \frac{4}{D^2} (N_v u'_{i,\sigma})_{,\sigma} + (N_h u'_{i,j})_{,j} \end{aligned} \quad (4)$$

$$K_i = \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(DU_i U_j + \int_{-h}^{\zeta} u'_i u'_j dz \right)$$

ここに、 D は実水深、 τ_{si} 、 τ_{bi} は水面及び水底面でのせん断応力、 N_h 、 N_v は水平及び鉛直方向の渦動粘性係数である。

Keywords: FEM, 浅水長波流れ, 並列計算
〒112 東京都文京区春日 1-13-27
Tel:03-3817-1815, Fax:03-3817-1803

空間方向の離散化には、平均流の計算に有限要素法を、変動流の計算に差分法を用い、また時間方向の離散化には3段階陽的解法²⁾を用いる。

3. 並列計算

並列計算の前処理として、解析領域を使用するプロセッサと同数の小領域に分割する。これについては、Farhatが提案する自動領域分割法を採用している³⁾。この特徴としては、1) 非構造格子に対しても適用可能、2) 各小領域での計算負荷の均等化、3) 領域境界上の節点数の低減、が挙げられる。これにより、任意の問題に対して効率の良い並列計算を行うことができる。

本手法の並列計算手順を図-1に示す。各プロセッサは割り当てられた小領域についてのみ計算を行うので、記憶容量を大幅に縮小することができ、大規模計算が可能となる。領域境界上の節点については、その節点を共有するプロセッサ間でデータ送受信を行いながら計算を進める²⁾。また変動流の計算は各節点で独立に行えるため、プロセッサ間の通信は必要ない。なお、変動流の基礎式には圧力項がないため、時間間隔を大きくとることができる。そのため、変動流の計算は数ステップに1回の割合で行う。

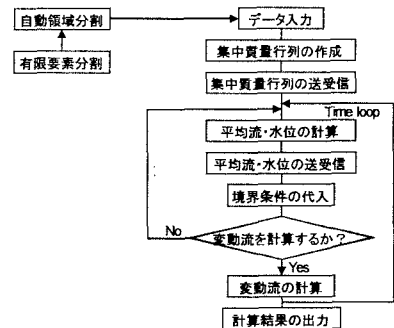


図-1 フローチャート

4. 数値解析例

数値解析例として、東京湾における潮流解析を行った。計算条件は、湾口の開境界において潮汐の境界条件として周期12.42時間、振幅0.36mの正弦波 (M_2 分潮) を与えた。用いたメッシュは節点数: 28970, 要素数: 54708であり、変動流の計算は5stepに1回、鉛直方向の層分割数は20とした。図-2に、256PE(Processing Element)で計算するときの領域分割図を示す。計算結果として、上げ潮時における浦賀水道付近の流速ベクトル図 (図-3: 最上層, 図-4: 最下層) を示す。これらの図より、上層では湾奥に向かう速い流れが、下層では上層に比べて遅い流れが確認され、準3次元的な流れの鉛直構造が捉えられていることがわかる。

5. 並列化性能評価

先の計算例において、準3次元解析における並列計算の有効性について検討を行った。要素数の異なる2種類のメッシュ(MESH S:54708,MESH L:153460)を用意し、日立社の並列計算機SR2201を用いて計算を行った。図-5に1 PEあたりの記憶容量負荷の推移を示す。MESH Lでは、1 PE使用時で約180MBの記憶容量を必要とするが、PE数の増加に伴い計算負荷が分散され、省メモリーな並列計算が可能となっている。これより、大規模計算における記憶容量の問題点に対処できることがわかる。図-6に各メッシュでのPE数を変化させたときの演算速度倍率を示す。MESH S,LどちらにおいてもPE数の増加に伴い演算速度倍率が上昇していることがわかる。また、準3次元解析である本手法と平面2次元解析とを比較すると、本手法の方がより高い演算速度倍率を得られた。これは、本手法が変動流の計算にPE間の通信を必要としないため、2次元解析に比べ全体の計算時間に対する通信時間の割合が相対的に少なくなるためである(表-1参照)。

6. おわりに

本論文では、モードスプリット有限要素法に対する並列計算手法を提案し、準3次元解析における並列計算の有効性について検討を行った。その結果、以下のことがわかった。
(1) 本手法は、変動流の計算にプロセッサ間の通信が必要ないため非常に高い演算速度倍率が得られた。
(2) 準3次元解析に対して、領域分割法に基づく並列計算を行い、省メモリーかつ高速な計算を行うことができ、本並列計算手法の有効性を示すことができた。また、このことは大規模問題に対して並列計算が有効な計算手段であるということを示唆している。

参考文献

- 1) 高木利光ら: モードスプリット有限要素法を用いた準3次元海浜流シミュレーション, 海岸工学論文集 第43巻, pp361-365,1996.
- 2) Kashiya,K.et al.: Parallel finite element method for large-scale computation of storm surge and tidal flow, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol.23,1997.
- 3) Farhat,C.: A simple and efficient automatic FEM domain decomposer, *Computers & structures*, 28, pp576-602,1988.

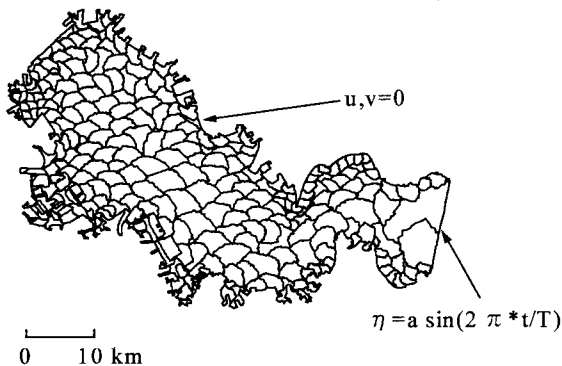


図-2 領域分割図と境界条件

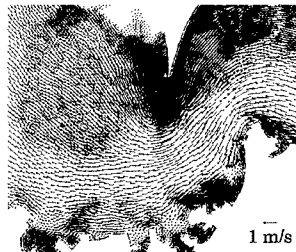


図-3 流速ベクトル図(最上層)

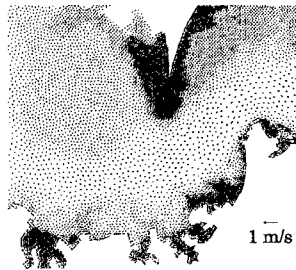


図-4 流速ベクトル図(最下層)

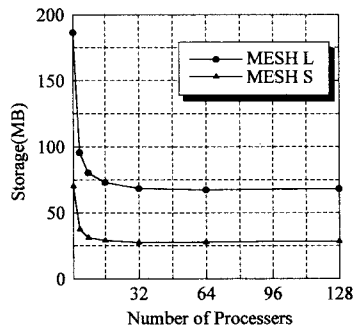


図-5 記憶容量負荷

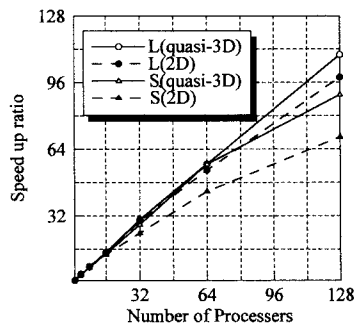


図-6 演算速度倍率

表-1 CPU 時間と通信時間の内訳

PE	2D		quasi-3D	
	pure CPU	com.&wait	pure CPU	com.&wait
1	74.25 (100.00%)	0.00 (0.00%)	681.239 (100.00%)	0.00 (0.00%)
8	8.92 (93.31%)	0.64 (6.69%)	88.69 (96.19%)	3.51 (3.81%)
64	1.12 (81.16%)	0.26 (18.84%)	11.30 (94.40%)	0.67 (5.60%)
128	0.49 (65.33%)	0.26 (34.67%)	5.70 (91.35%)	0.54 (8.65%)

(秒, 20 step あたり)