

筑波大学大学院 学生会員 藤井信太郎
筑波大学 正会員 京藤 敏達

1. はじめに

海岸での浸食と堆積等に大きな影響を与える打ち上げ波帯での流れの特性を正確に知ることは、非常に重要な課題である。現在も数多くの理論的、実験的研究や現地観測が行われている。Carrier and Greenspan (1958) は、一様勾配をもつ打ち上げ波帯における、弱非線形長波の重複波の解を求めた。また彼らの解の準三次元への拡張が Brocchini and Peregrine (1996, 以下 BP) によって行われた。

打ち上げ波帯では、流体運動は水深が非常に浅くなることから強い非線形性を持つと同時に、地形変化の影響を大きく受けることが考えられる。本研究では、この影響を調べるため、まず BP の解の導出を、多重スケールを用いた摂動法で整理し、その解を、沿岸方向に非常にゆっくりとしたスケールで周期的に変動する底面起伏が存在する場合に拡張した。またこれを用いて底面起伏の存在が打ち上げ波帯での流体運動に与える影響について調べた。

2. 基礎方程式

基礎方程式は BP と同様に浅水方程式を用いる。ここで物理量は図 1 のようにとる。座標軸は、静水時の汀線上に原点をとる。また y 軸は沿岸方向にとり、 x, z 軸と右手系をなすように向きを定める。また沿岸方向には $b(y)$ のゆっくりとした底面変化が存在するものとする。

$$h_t + (hu)_x + (hv)_y = 0 \quad (1)$$

$$u_t + uu_x + vv_y = -1 - h_x \quad (2)$$

$$v_t + uv_x + vv_y = -h_y - b_y \quad (3)$$

ここで u, v はそれぞれ x, y 方向の流速を表す。式中では、物理量は有次元量を*として、次の様な無次元化を行っている。

$$(u^*, v^*) = \sqrt{mgd_0} (u, v), \quad t^* = \sqrt{d_0/mg} t = t_0 t, \quad (4)$$

$$(x^*, y^*) = d_0 (x, y), \quad b^* = md_0 b, \quad h^* = md_0 h$$

ここで代表長さを d_0 、底面勾配を m とする。

本研究では、 x 方向に一様勾配で y 方向にはゆっ

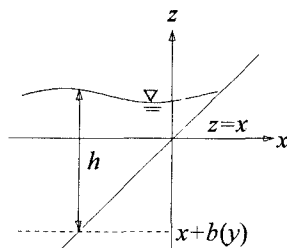


図 1. 物理量の定義

くりとしたスケールで地形変化する沿岸域に、波が x 方向に対してわずかに傾いた角度で斜め入射する現象を考える。これを考慮し、微小パラメータ ε を用いて物理量を摂動展開する。

$$h = h_0 + \varepsilon h_1 + \varepsilon^2 h_2 + \dots, \quad b = b_0 + \varepsilon b_1 + \dots \quad (5)$$

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots, \quad v = \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots$$

また永年項を除くため、多重スケールを用いる。

$$t: t, t_1 = \varepsilon t, t_2 = \varepsilon^2 t, \dots, \quad x: x, x_1 = \varepsilon x, x_2 = \varepsilon^2 x, \dots$$

$$y: y_1 = \varepsilon y, y_2 = \varepsilon^2 y, \dots \quad (6)$$

ここで沿岸方向流速の、 ε の 0 次オーダーを 0 とした。同様に物理量は y 方向へ ε の 1 次以降のオーダーで変化すると考える。これより ε の各次数における摂動方程式が得られる。0 次オーダーより、次の方程式が得られる。

$$h_{0t} + u_0 h_{0x} + h_0 u_{0x} = 0, \quad u_{0t} + u_{0x} + h_{0x} + 1 = 0 \quad (7)$$

同様に 1 次オーダーでは、次のようになる。

$$h_{1t} + (h_0 u_1)_x + (h_1 u_0)_x = -h_{0t_1} - (u_0 h_0)_{x_1} \quad (8)$$

$$u_{1t} + (u_0 u_1)_x + h_{1x} = -u_{0t_1} - u_0 u_{0x_1} - h_{0x_1} \quad (9)$$

$$v_{1t} + u_0 v_{1x} = -h_{0y_1} - b_{0y_1} \quad (10)$$

式 (10) は h_1, u_1 を含まないため、0 次オーダーの解を用いて求めることが出来る。ここで入射波が y 方向に $\cos(k_y y - \omega t)$ の周期性を持つと仮定し、次のような新たな座標系、

$$T = t - \mu y_1, \quad X = x + b_0(y_1), \quad \mu = k_y d_0 / \omega t_0 \quad (11)$$

を用いて座標変換を行うと、次の方程式系が得られる。

キーワード：打ち上げ波帯，沿岸流，多重スケール，摂動法

連絡先：茨城県 つくば市 天王台 1-1-1 筑波大学 構造工学系・電話：0298-53-5486, Fax：0298-53-5207

$$h_{0T} + u_0 h_{0X} + h_0 u_{0X} = 0 \quad (12)$$

$$u_{0T} + u_0 u_{0X} + h_{0X} + 1 = 0 \quad (13)$$

$$v_{1T} + u_0 v_{1X} = \mu h_{0T} - b_{0y_1} (h_{0X} + 1) \quad (14)$$

ここで、 $v_1 = \mu v_{1p} + b_{0y_1} u_0$ を式 (14) の解として代入すると、 b_0 が陽に現れない v_{1p} の微分方程式

$$v_{1pT} + u_0 v_{1pX} = h_{0T} \quad (15)$$

が得られる。ここで $b_0 = 0$ は、BP の方程式系に対応する。彼らの解を利用すると、最終的な解が得られる。

$$u_0 = \frac{\phi_\sigma}{\sigma}, \quad h_0 = \frac{\sigma^2}{16}, \quad v_1 = \frac{\mu}{4} \phi_\lambda + \frac{b_{0y_1} \phi_\sigma}{\sigma}$$

$$x + b_0(y_1) = \frac{\phi_\lambda}{4} - \frac{\sigma^2}{16} - \frac{u_0^2}{2}, \quad t - \mu y_1 = \frac{\lambda}{2} - u_0 \quad (16)$$

ここで ϕ は、次の微分方程式を満たす。

$$(\sigma \phi_\sigma)_\sigma - \sigma \phi_{\lambda\lambda} = 0 \quad (17)$$

式 (17) の解として、単一波の斜め入射を考えると $\phi(\sigma, \lambda) = A J_0(\omega_p \sigma) \sin(\omega_p \lambda + \psi)$ となる。ここで J_0 は第 1 種ベッセル関数である。パラメータ A, ω_p の実スケールとの対応づけが BP により行われており、 $A \omega_p^3 \leq 1$ となるとき、非砕波の波についての解となることが、示されている。

3. 底面起伏の沿岸流に与える影響

沿岸方向の底面起伏を $b_0(y_1) = a \cos(K_y d_0 y_1)$ とする。以下では、 $A = 1.0, \omega_p = 1.0, a = 0.1, \mu = 1.0$ とし、打ち上げ波帯での沿岸方向流速 v_1 の分布を、起伏が無い場合 (図 2 (a)) と、起伏が有り、 $K_y d_0 = 1.0, 0.5$ の場合 (図 2 (b), (c)) について比較する。なお図 2 では、式 (11) の移動座標系から見た流速を示す。

$K_y d_0 = 1.0$ の流速分布は、起伏が無い場合に比べて、下り斜面では流速正となる領域が、上り斜面では流速負となる領域が拡大している。 $K_y d_0 = 0.5$ の場合は、1 周期の起伏の中に複数の波が存在している。起伏の谷の部分では、下り斜面で水粒子が加速された結果、流速が正となる領域が非常に大きくなっている。

4. 結論と今後の課題

BP の一様勾配の底面を持つ打ち上げ波帯での重複波の解を、沿岸方向に周期的な底面起伏がある場合に拡張した。現在、水深 h 、岸沖方向流速 u についても高次解を求めており、底面起伏の存在が、打ち上げ波帯での流れの特性に与える影響を定性的、定量的に調べている。最終的に、打ち上げ波帯における平均流の運動方程式を導く予定である。

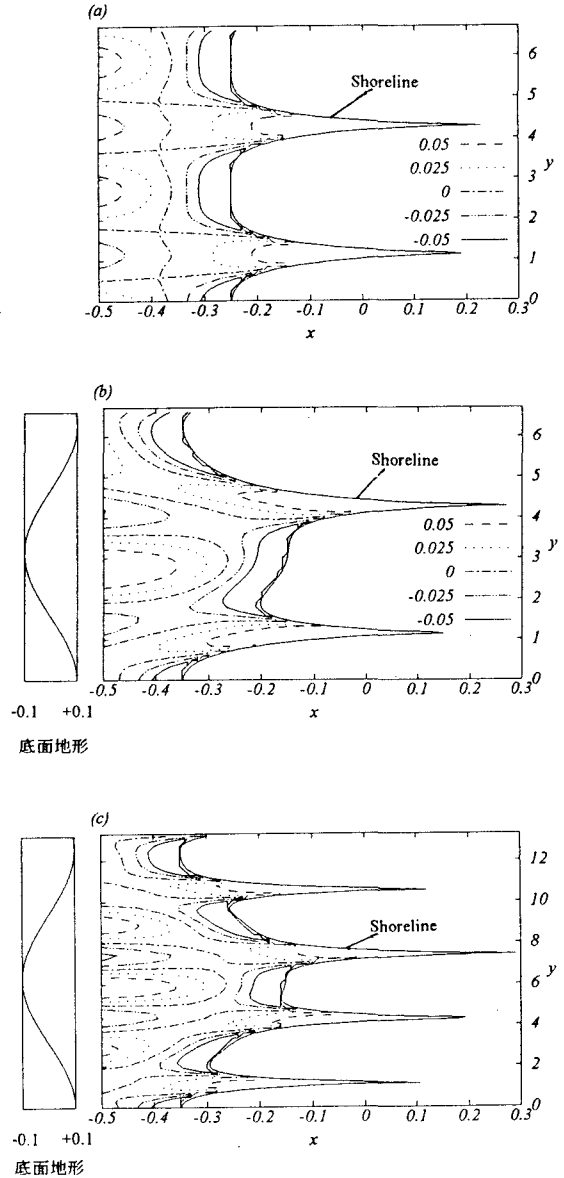


図 2. 沿岸方向流速 v_1 の分布 ($t = 20.0$)

(a) 沿岸方向に底面起伏の無い場合

(b) 底面起伏 $b_0(y_1) = 0.1 \cos(1.0 y_1)$ を持つ場合

(c) 底面起伏 $b_0(y_1) = 0.1 \cos(0.5 y_1)$ を持つ場合

参考文献

- Brocchini, M. and D. H. Peregrine. : Integral flow properties of the swash zone and averaging. J. Fluid Mech. vol.317, pp.241-273, 1996.
- Carrier, G. F. and H. P. Greenspan. : Water waves of finite amplitude on a sloping beach. J. Fluid Mech. vol.4, pp.97-109, 1958.