

(I-18) 3次元性を有する円柱周り流れの安定化有限要素解析

中央大学大学院 学生員 ○ 原田 太一
中央大学 正会員 樫山 和男

1. はじめに

円柱周りの流れにおいて、レイノルズ数の増大に伴う流れの3次元性と、円柱に作用する抗力・揚力等の流体力の時間変動特性には複雑な相関関係が存在している。泉¹⁾、木枝²⁾らの報告では、流体力の時間変動波形が間欠的にゆらぐ現象に対し、 $Re=10^3$ 程度における3次元数値計算により、流れ場との対応や流れの3次元性が発達するメカニズムとの相関など新たな知見が示されている。

本研究では、円柱周り流れ解析を2次元及び、3次元計算において行い、それぞれの流体力の時刻変動の比較をもとにゆらぎ現象と流れの3次元性との対応を検討した。なお、解析にはQ1/P0要素を用いた安定化有限要素法(SUPG/PSM法)³⁾を使用した。

2. 解析手法

非圧縮粘性流体の基礎方程式であるNavier-Stokes方程式を準陰解法により離散化した(1)式と、連続式を陰的に離散化した(2)式を時間進行の基礎式とする。

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + u_j^n u_{i,j} = -p_{,i}^{n+1} + \frac{1}{Re} u_{i,jj}^n \quad (1)$$

$$u_{i,i}^{n+1} = 0 \quad (2)$$

ここで u_i , i , p はそれぞれ i 方向の速度成分, i 方向の偏微分, 圧力を表す。(1)式の空間方向の離散化にSUPG法を適用すると、次の有限要素方程式が得られる。

$$\frac{M_c u_i^{n+1} - M_c u_i^n}{\Delta t} + K(u_j^n) u_i^n = M_c M_L^{-1} C p^{n+1} - \frac{1}{Re} S u_i^n \quad (3)$$

ここで K , C , S は係数行列であり、特に M_c はコンシステントな質量行列、 M_L は集中化した質量行列である。(2)式と(3)式より連立一次方程式を導き圧力部を掃き出すと、次の圧力のポアソン方程式を得る。

$$(C^T M_L^{-1} C + D) \Delta t p^{n+1} = -C^T M_c^{-1} b_i^n \quad (4)$$

ここで b_i^n は既知項をまとめたものであり、 D は圧力安定化のために付加された安定化行列(PSM項)⁴⁾である。

3. 解析条件

解析には要素総数249,960の矩形型有限要素メッシュを用いた。解析領域は閉塞率を6.25%, スパン長を3D(円柱直径を1D)とし、円柱周方向に86分割、半径方向に

45分割、円柱スパン方向は60等分割とした。円柱近傍の2次元方向最小メッシュ幅は、0.006Dである。解析の際には、初期条件に2次元計算における十分に発達した流れを用い、スパン方向の境界条件は周期境界条件を使用した。

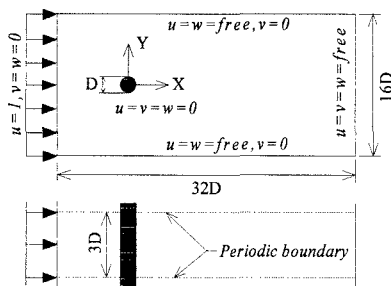
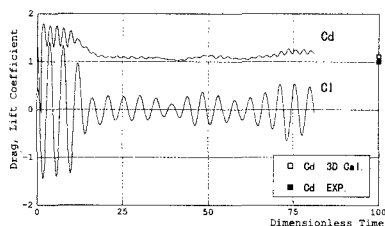


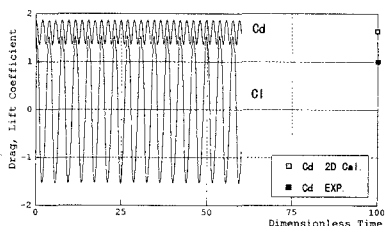
図1 解析領域及び、境界条件

4. 解析結果

$Re=10^3$ において2次元及び、3次元円柱周り流れ解析を行った。図2に抗力係数 C_D と揚力係数 C_L の時間変動波形を示す。



(a) 3次元計算



(b) 2次元計算

図2 $C_D \cdot C_L$ の時間変動波形

3次元計算の変動波形では初期の頃に2次元計算の影響が残っているが、 $T=25.0$ 前後から3次元的な流れに変わっており、 $C_D \cdot C_L$ の低下と、時間変動波形の振幅にゆらぎが見られる。これに対し、2次元計算ではほぼ終始一定の振幅、周波数で推移している。表1に C_D 時間平均値及び、

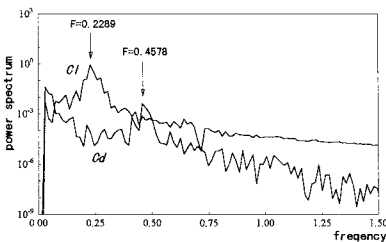
Key Words : 円柱, 後流, 3次元性, 安定化有限要素法
〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 計算力学研究室
TEL 03-3817-1815, FAX 03-3817-1803

St 数の実験値⁵⁾との比較を示す。3次元計算では実験値とよく一致している一方で、2次元計算では流れの3次元性を捉えられず、有効な結果が得られていない。

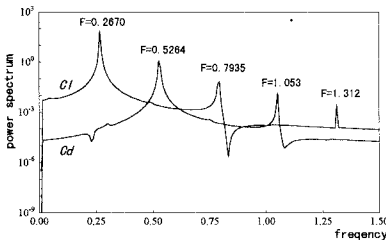
	2次元計算	3次元計算	実験値
C_D 時間平均値	1.632	1.108	1.0
St 数	0.2670	0.2289	0.22

表1 C_D の時間平均値及び、 St 数

図3に $C_D \cdot C_L$ のパワースペクトルを示す。なお、図のY軸は対数軸としている。2次元計算を見ると、 C_L のパワースペクトルはカルマン周波数、すなわちストローハル数である $F=0.2670$ とその奇数倍のピーク、 C_D では $F=0.2670$ の偶数倍のピークと規則的なピークが存在している。一方、3次元計算を見ると、 C_L ではストローハル数を表す $F=0.2289$ 、 C_D でも主たるピークの $F=0.4578$ の存在が認められるものの、2次元計算結果の様な規則的なピークは現れていない。しかし、主たるピークとは別に不規則に複数の隣接するピークが現れており、 $C_D \cdot C_L$ のゆらぎはこの周波数のわずかに異なる隣接ピークが互いに干渉し合うことで発生するといえる。



(c) 3次元計算

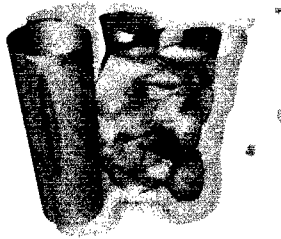


(d) 2次元計算

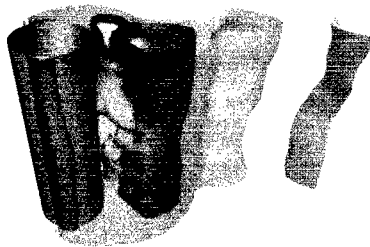
図3 $C_D \cdot C_L$ のパワースペクトル

次に、ゆらぎ現象と流れ場との対応について示す。図4は無次元時間 $t=30.0$ 及び、 $t=70.0$ における円柱後流の圧力等値面図である。 $t=30.0$ の圧力分布では後流渦がちぎれ気味で、不明瞭であるのに対し、 $t=70.0$ では強い後流渦が現れており、スパン方向全体にわたっている。同様の傾向は円柱境界層における剥離流れにも見られ、 $t=30.0$ ではスパンの一部にしか見られない剥離流れが、 $t=70.0$ ではスパン方向全体にわたって現れている。これを図2の $C_D \cdot C_L$ の時間変動波形と対応させると、 $t=30.0$ は波形の振幅

が縮小しているときであり、 $t=70.0$ は逆に振幅が拡大しているときである。すなわち、ゆらぎの強弱と後流渦・剥離流れの強弱はそれぞれ相関があり、 $C_D \cdot C_L$ のパワースペクトルに複数のピークが現れるのもこのような流れ場の相関に関係しているといえる。



(e) $T=30.0$ (振幅が縮小しているとき)



(f) $T=70.0$ (振幅が拡大しているとき)

図4 3次元計算における円柱後流の圧力等値面図

5. おわりに

$Re=10^3$ における2次元及び、3次元円柱周り流れ解析を安定化有限要素法により行い、以下の結果が得られた。

- (1) 3次元計算では2次元計算では得られない流れの3次元性を捉えることができ、これは $C_D \cdot C_L$ の時間変動波形にゆらぎが発生することにより確認することができる。
- (2) 3次元計算における円柱後流の圧力分布可視化により、 $C_D \cdot C_L$ の時間変動が後流渦の挙動と相関し、剥離流れに対しても同様の傾向を持つことが示せた。

今後は円柱スパン方向の領域拡大等を施した大規模な有限要素メッシュを用い⁶⁾、流れの3次元性の形成される過程や円柱近傍の流れを詳しく検討する予定である。

参考文献

- 1) 泉元, 他: 円柱周りの3次元流動解析, 日本機械学会論文集B編, 60-579, 3797, 1994
- 2) 木枝 香織, 他: 円柱周り流れの3次元シミュレーション(時間・空間相関の解析), 計算工学講演会論文集 vol.2, 197, 1997
- 3) 猪股 渉, 他: 低次補間を用いた安定化有限要素法による非圧縮粘性流れ解析に関する研究, 土木学会論文集投稿中
- 4) 水上 昭: Q_1-P_0 要素によるFEM流れ解析のための安定化行列, 第8回数値流体力学シンポジウム論文集, 647, 1994
- 5) Cantwell, B. and Coles, D.: An Experimental Study of Entrainment and Transport in the Turbulent Near Wake of a Circular Cylinder, J. fluid Mech., 136, 1983
- 6) 玉井 典, 他: 非構造格子に基づく3次元非圧縮粘性流れの並列有限要素解析, 第11回数値流体力学シンポジウム論文集, 557, 1997