

(I-17) 大規模地形風解析のための並列計算手法の構築

中央大学大学院 学生員 ○ 山口 敏

中央大学大学院 学生員 玉井 典

中央大学 正会員 樫山 和男

1. はじめに

従来、地形風の力学挙動を把握するために、室内実験が多くなされてきたが、近年の計算機性能の発展に伴い、数値解析の技術も飛躍的に進歩し、高精度で高速な解析が可能となってきた。しかし、広領域に対して地形表面の形状を正確に捉えるには、多大な自由度を必要とするため、計算時間と計算機容量が大幅に増加することが大きな問題となっている。本研究では、この問題を解消すべく近年めざましい発展を遂げている並列計算手法に注目する。

並列計算を行う場合、並列計算手法としては領域分割法に基づく方法が一般的で、かつ、効率的である。構造格子を基本とする差分法の場合には、領域分割を行うことは容易であるが、非構造格子に基づく有限要素法や有限体積法の場合には、任意形状への適合性に優れる、との長所がある反面、複雑形状を有する領域に対して如何に領域を分割するかが問題になる。

以上の問題点を考慮し、本論文では、任意領域に適用可能な自動領域分割法を採用することにより、地形風解析の並列計算手法の構築を行い、記憶容量と計算時間の面からその有効性を検討する。

2. 領域分割法

本研究では、解析領域を幾つかの小領域に分割し、各小領域に対して1つのプロセッサを割り当てることにより並列計算を行う。効率よい並列処理を実現するには、領域分割に対して各小領域間の負荷の均等化(記憶容量の分散)、通信量の抑制(領域境界上の自由度の抑制)、任意領域への適用性が必要となる。ここでは、Farhatにより提案された自動領域分割法¹⁾を適用することにより以上の問題を解決している。

3. 並列化アルゴリズム

(1) 基礎方程式と離散化

本研究では、三次元非圧縮粘性流れを考える。基礎方程式は、ブシネスク近似および密度の非拡散を仮定したナビエ・ストークスの運動方程式²⁾とオイラーの連続式である。時間方向の離散化には修正準陰解法、空間方向の離散化には流速双1次/圧力区分0次要素を用いた安定化有限要素法³⁾を適用する。以下に圧力・流速・密度に関する有限要素方程式を示す。

$$M_c \bar{U}^{n+1} = M_c U^n - \Delta t \left(K U^n + \frac{1}{Re} S U^n + \frac{1}{Fr^2} M_c \rho^n e_i \right) \quad (1)$$

$$M_c \rho^{n+1} = M_c \rho^n - \Delta t (K \rho^n + M_c w^n) \quad (2)$$

$$(C^T M_L^{-1} C + D) P^{n+1} = -C^T \bar{U}^{n+1} \quad (3)$$

$$U^{n+1} = \bar{U}^{n+1} + M_L^{-1} C P^{n+1} \quad (4)$$

ここで、 M_c 、 M_L 、 K 、 S 、 C 、 D 、 P^{n+1} 、 $\bar{U}^{n+1}$ 、 ρ^{n+1} はそれぞれ、整合質量、集中化質量、移流、拡散、勾配、安定化行列、 $\Delta t p^{n+1}$ 、運動方程式の既知量、密度である。また、 Re はレイノルズ数、 Fr はフルード数、 w は鉛直方向流速であり、 e_i は鉛直方向のみ-1である。式(3)の解法には、領域分割法との適合性に優れ、並列アルゴリズムの開発が容易なSCG法を採用している。

(2) 圧力ポアソン方程式の並列処理

本研究では並列アルゴリズム⁴⁾の開発に伴って、グローバル通信、ネイバリング通信の二種類が発生する。CG法内でこれらの通信が要求されるので、以下にCG法の並列処理と各通信について説明する。

CGのアルゴリズム

$$Ax = b \quad (5)$$

(i) 初期設定

$$r_0 = b - Ax_0 = b - \underbrace{\sum_e A^{(e)} x_0}_{\textcircled{2}} \quad (6)$$

$$p_0 = r_0 \quad (7)$$

(ii) 解が収束するまで、(8)~(13)をk回繰り返す。

$$q_k = Ap_k = \underbrace{\sum_e A^{(e)} p_k}_{\textcircled{2}} \quad (8)$$

$$\alpha_k = \underbrace{(r_k, r_k)}_{\textcircled{1}} / \underbrace{(p_k, q_k)}_{\textcircled{1}} \quad (9)$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k \quad (10)$$

$$r_{k+1} = r_k - \alpha_k q_k \quad (11)$$

$$\beta_k = \underbrace{(r_{k+1}, r_{k+1})}_{\textcircled{1}} / \underbrace{(r_k, r_k)}_{\textcircled{1}} \quad (12)$$

$$p_{k+1} = r_{k+1} + \beta_k p_k \quad (13)$$

①グローバル通信

陰解法は領域内の全未知数を同時に求める方法なので、並列実行時に各小領域データを一つに集める必要がある。このデータ収集は、CG法では式(9),(12)にあるベクトルの内積計算に反映され、全プロセッサ間の通信を発生させる。

②ネイバリング通信

この通信は、領域境界上の節点に対して要素の重ね合わせを完成させるための通信である。

KeyWords: 地形風、並列計算、有限要素法
〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27
TEL. 03-3817-1815 FAX. 03-3817-1803

Element-by-Element SCG 法は基本的に、この通信とグローバル通信を用いることで並列実行できる。前者は並列計算機に備わる通信サブルーチン (MPI:Message Passing Interface) で簡便に処理できるので、 U_i を求める場合と同様の通信により、陰解法とはいえ陽解法とほぼ同等の高性能な並列アルゴリズムが容易に開発できる。

4. 数値解析例

a) 計算条件

数値解析例として三次元孤立峰流れの計算を行い、自動領域分割に基づく並列計算手法の妥当性を検証する。領域は平面 35.0×15.0 、鉛直方向 5.0 の直方体で、その中央部に人工的に孤立峰を作成する。孤立峰は高さが $h = 1.0$ 、底面半径 $L = 2.0$ であり、断面形状は余弦の2乗 (cosine -squared sharp) となっており、関数 $z_0(x, y) = h \cos^2(\pi(x^2 + y^2)^{1/2}/2L)$ により表される。これに基づいて作成された節点数 $253,011$ 、要素数 $240,000$ の有限要素分割を用いた。図-1に有限要素分割図を、64PEに対する孤立峰近傍での領域分割図を図-2に示す。境界条件は流入口で $u = (z/z_0)^{0.25}$ 、 $p = 0$ 、上面で slip 条件、 $p = 0$ 、下面で non slip 条件、 $p = 0$ (孤立峰上を除く) とした。計算条件は、微小時間増分量 $\Delta t = 0.001$ 、レイノルズ数 $Re = 2000$ 、フルード数 $Fr = 2.2$ とした。並列計算機は、東京大学の日立製作所製スカラ並列計算機 SR2201 を使用した。

b) 大規模計算への適用と並列化評価

表-1には、解析に必要とした1PE (PE: processing element) 当たりの計算機負荷の推移を示す。本計算を逐次計算する場合に比べ、負荷が分散され、大規模計算に対して省メモリな解析が行えている。

図-3, 4は、今回用いた有限要素メッシュに対する、時間ステップ区間とその区間内の圧力求解 (SCG 法) 部分での速度性能を示している。これらの図から、プロセッサ数の増加に伴い時間ステップの速度性能が向上しており、計算時間が大幅に短縮されている。例えば128PEでは時間ステップ区間に対して約5.3倍 (対16PE)、計算の約90%を占める圧力求解部分に対しても約5.0倍 (対16PE) の演算速度倍率を得ている。SR2201上で128プロセッサ使用時までの結果であるが十分な速度性能向上が見られ、効率の良い並列計算が行えている。

5. おわりに

本論文では、非構造格子に基づく地形風解析に対する並列計算法を構築し、その有効性について検討した結果、以下のことが明らかになった。

三次元非構造格子に対して、自動領域分割に基づく、高速でかつ省メモリな並列計算が可能になった。このことから、複雑領域を有する大規模地形風計算に対しても本並列化法は有効であると言える。

今後は、さらに大規模で、かつ、複雑な問題に対する並列化効果を検討する予定である。

参考文献

- 1) Farhat,C :” A simple and efficient automatic FEM domain decomposer” , *Computers & Structures*, 28,pp576-602, 1988.
- 2) 内田孝紀, 大屋裕次 :” 地面上の3次元物体を過ぎる安定成層流の数値解析” 第10回数値流体力学シンポジウム論文集, pp304-305, 1996.
- 3) 猪股渉, 樫山和男 :” 安定化有限要素法による非圧縮性流れ解析” 第10回数値流体力学シンポジウム論文集, pp334-335, 1996.
- 4) 玉井典, 樫山和男 :” 非構造格子に基づく三次元非圧縮粘性流れの並列有限要素解析” 第11回数値流体力学シンポジウム論文集, pp557-558, 1997.

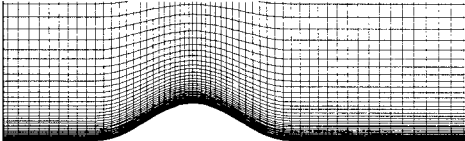


図-1 有限要素分割図 (孤立峰近傍)

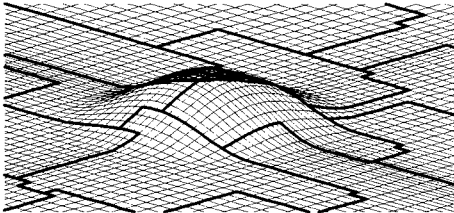


図-2 孤立峰近傍の領域分割図

表-1 計算容量負荷推移

PE	1	16	32	64	128
	212.77	37.25	34.92	28.14	24.59

(単位:MB)

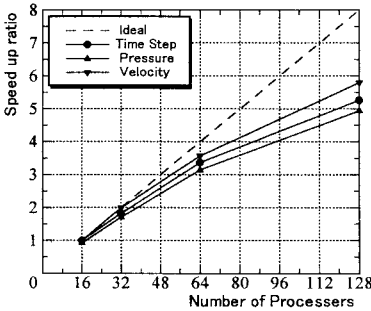


図-3 演算速度倍率

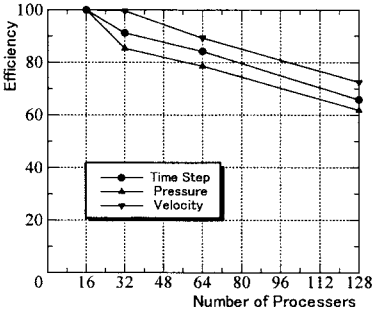


図-4 並列化効率