(Ⅰ−13)　　均質化法を適用した弾性解析の並列計算

中央大学理工学部　学生会員　○牧野　孝久
中央大学大学院　学生会員　宇尾　朋之
中央大学大学院　学生会員　玉井　典
中央大学理工学部　正会員　樫山　和男

1. はじめに

近年，複合材料のマルチスケール解析の一手法として漸近展開法に基づく均質化法[1)2)]が提案されている．均質化法では内部微視的構造を考慮した巨視的挙動を求めるために，微視的構造の幾何形状をより厳密にモデル化することが重要となる．しかし，それにともない記憶容量や計算時間が大幅に増大するという実用上において解決しなければならない問題がある．

そこで本報告では計算時間を大幅に短縮するため，均質化法に対する効率的な並列処理を構築し，その有効性について検討を行う．数値解析例として複合材料の線形弾性問題を取り上げた．

2. 基礎方程式

弾性体の基礎方程式[3)]は，次の支配方程式，構成方程式で表される．

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}+f_i=0 \qquad (1)$$

$$\sigma_{ij}=D_{ijkl}\varepsilon_{kl} \qquad (2)$$

均質化法では，対象とする巨視的構造が任意の周期性を持つ微視的構造で構成されているものとする．(図-1) この巨視的構造と微視的構造の間に成り立つパラメータ (特性関数) を定めることで，微視的構造を考慮した巨視的構造の材料定数を決定し，その結果から微視的構造の断面力及び変位が得られる．巨視的構造の領域を記述する座標系$\boldsymbol{x}$と微視周期構造の領域を記述する座標系$\boldsymbol{y}$より，ユニットセルのスケール比ϵは次式で表される．

$$\epsilon=\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{y}}$$

このスケール比ϵに関して変位$u^\epsilon(x)$を漸近展開の形で表すと次のようになり，u^0はxのみの関数で表される．

$$u^\epsilon(\boldsymbol{x})=u^0(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+\epsilon u^1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+\epsilon^2u^2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})+\cdots \qquad (3)$$

$$u^0(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=u^0(\boldsymbol{x}) \qquad (4)$$

以上より，微視的構造及び巨視的構造に関する方程式が得られる．

微視的構造

$$\int_Y C^{ep}_{ijkl}\left(\frac{\partial u_k^0}{\partial x_l}+\frac{\partial u_k^1}{\partial y_l}\right)\frac{\partial v_i^1}{\partial y_j}dY=0 \qquad (5)$$

$$\int_Y C^{ep}_{ijpm}\frac{\partial \chi_p^{kl}}{\partial y_m}\frac{\partial v_i^1}{\partial y_j}dY=\int_Y C^{ep}_{ijkl}\frac{\partial v_i^1}{\partial y_j}dY \qquad (6)$$

方程式 (6) の解の存在を認めることによりu_i^1が次式のように得られる．

$$u_i^1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=-\chi_i^{kl}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\frac{\partial u_k^0(\boldsymbol{x})}{\partial x_l}+\tilde{u}_i^1(\boldsymbol{x}) \qquad (7)$$

上式の$\tilde{u}_i^1$は任意関数，$\chi_i^{kl}(x,y)$は特性変位関数であり，巨視的なひずみを与えた時に生ずる微視的な変位の乱れを表している．

巨視的構造

$$\int_\Omega C^H_{ijkl}\frac{\partial u_k^0}{\partial x_l}\frac{\partial v_i^0}{\partial x_j}d\Omega=\int_{\Gamma_t}\bar{t}_iv_i^0d\Gamma+\int_\Omega\bar{b}_i^Hv_i^0d\Omega \qquad (8)$$

$$C^H_{ijkl}=\frac{1}{|Y|}\int_Y\left(C_{ijkl}-C_{ijmn}\frac{\partial\chi_m^{kl}}{\partial y_n}\right)dY \qquad (9)$$

ここでu^0,C^H_{ijkl},$\bar{b}_i^H$はそれぞれ平均変位，均質化弾性係数，均質化物体力であり，式 (8) で平均物性を与えることになる．

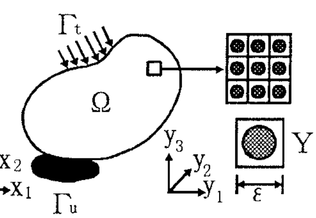


図-1　均質化法概念図

3. 並列計算

3.1. 領域分割

並列計算[4)]の前処理として，全体の解析メッシュを使用するプロセッサと同数の小領域に分割する．これによりプロセッサの計算負荷の分散及び均等化を行い，計算時間を短縮する．本報告では微視的構造の計算時間が全計算時間の約 99 %を占めるため，微視的構造のメッシュを領域分割し計算時間の大幅な短縮を図っている．

3.2. 並列計算方法

離散化された有限要素方程式を並列処理を行って解く方法を考える．図-2において節点Ａでの未知量を求める場合，Ａを共有する各要素は全てプロセッサ１内に含まれているので，プロセッサ間の通信は必要無い．しかし節点ＢではＢを共有する各要素はプロセッサ１，２の両方

KeyWords: 並列計算，均質化法，有限要素法

〒112-8551　東京都文京区春日 1-13-27,
Tel:03(3817)1815, Fax:03(3817)1803

に含まれているので，節点Bに関する重ね合わせは，プロセッサ1及び2両方の情報が必要となりここでプロセッサ間の通信を行わなければならない.

また均質化法では微視的モデルに周期境界条件を適用しているので，このための通信を行う必要がある．本手法では領域境界と周期境界上で通信の必要な節点を前処理でデータとしてそろえておき，通信時にはこれらの節点のもつ情報を送受信している．なお，連立一次方程式の解法には Element by Element SCG 法[4]を用いている.

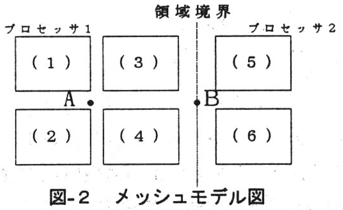


図-2　メッシュモデル図

4.　数値解析例

数値解析例として，立方体部材の単軸引張り問題について弾性解析を行った．巨視的モデルは対称性を利用して1/8の領域を取り出して要素分割した.（図-3）微視的構造には母材と骨材から成る複合材料モデルを作成し，要素数 8000，27000 の2種類のメッシュを用いた.（図-4）材料定数は表-1に示すとおりである.

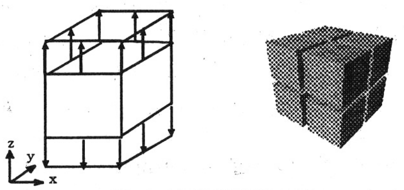
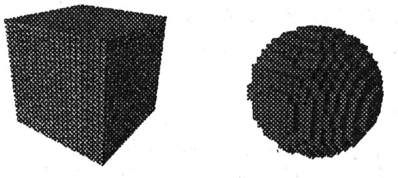


図-3　巨視的構造モデル



（要素数：8000）　（骨材のみ）

図-4　微視的構造モデル

表-1　材料定数

	弾性係数 $[kgf/mm^2]$	ポアソン比
母材	100.0	0.30
骨材	400.0	0.30

5.　解析結果

微視的構造における中心断面の軸方向の応力分布を図-5に示す．この図から弾性係数の高い骨材の方で大きな引っ張り応力が掛かっていることがわかる．また巨視的構造においては軸方向断面で一定の応力値が得られた．このことから妥当な結果が得られたといえる.

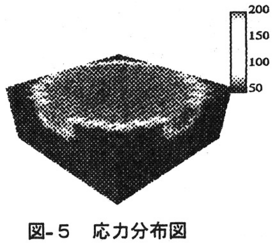


図-5　応力分布図

6.　並列処理の効果

並列処理の効果を調べた結果として演算速度倍率を図-6に，並列化効率を図-7に示す．要素数 27000 の計算では 7.5 倍の速度倍率（並列化効率 94 %）を得られ非常に大きな速度向上が実現した．また要素数が多いほど効率が良く，さらに大規模な問題になっても有効になりうるといえる.

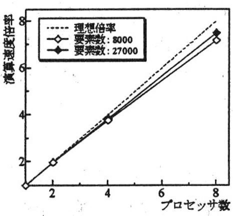


図-6　演算速度倍率

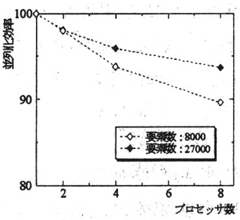


図-7　並列化効率

7.　おわりに

本報告では，均質化法に対する効率的な並列計算法を構築しその有効性を検討すべく弾性解析の単軸引っ張り問題を取り上げた．その結果，以下のことがわかった.

（1）並列処理の効果では高い並列化効率が得られ，本並列化法の有用性を示せた.

（2）本手法では巨視的構造の計算は並列処理を行っていないが，巨視的モデルの要素数が少ないため計算時間は微少であり，並列化効率にはほとんど影響なかった.

（3）微視的構造の母材に比べ，骨材に大きな応力が掛かっていることが確認でき妥当な解析が行えた.

今後，さらに大規模な問題を行うため，大幅な省メモリ化を実現できる並列計算手法の構築を行う．またアスファルトやコンクリートなどの複合材料の力学的挙動をとらえるために，弾塑性・粘弾性解析への均質化法の適用を行う予定である.

参考文献

1) José Miranda Guedes and Noboru Kikuchi: Preprocessing and postprocedsing for materials based on the homogenization method with adaptive finit element methods. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering.* Vol.83 ,p143-198,1990
2) 宇尾朋之，樫山和男，均質化法による内部構造を考慮したアスファルト混合物の粘弾性解析，土木学会第 52 回年次学術講演会概要集第 I 部 (A),p60,1997,9
3) 後藤学，実践有限要素法（大変形弾塑性解析），コロナ社,1995
4) 玉井典，樫山和男，非構造格子に基づく三次元非圧縮粘性流れの並列有限要素解析，第 11 回数値流体力学シンポジウム講演論文集,p557,1997,12