

東洋大学^{*1}

学生会員

関谷 千尋

東洋大学

正会員

新延 泰生

東洋大学

学正会員

高久 芳則

1. はじめに

感度解析は、任意の解析変数の単位変動に対する構造物の応答を解析的に求めるものである。感度解析手法によれば、構造物の既知の応答量をもとに、構造物の未知の剛性を推定することが可能である。

そこで、本研究では、弾性連続体の感度解析理論を述べると共に、感度解析手法を用いた最小自乗法に基づく剛性の推定方法である既存の提案法¹⁾²⁾、Gauss-Newton法と、新たに提案する最小自乗法に依らない感度解析理論を応用した推定方法において、初期設定ヤング率と収束状況について比較をしながら解析を行った。

2. 感度解析手法

二次元弾性連続体の変位法による釣り合い方程式(状態方程式)は、式(1)で与えられる。式(1)の右辺は、荷重ベクトルのみとし、解析変数 X_i として剛性(ヤング率)を考える。式(1)の両辺を X_i で偏微分すると式(2)が得られる。式(2)の左辺の $\frac{\partial v_i}{\partial X_i}$ が i 要素の解析変数 X_i の微小変動に対する各変位の変動量を示すものであり、 i 要素の解析変数 X_i に対する各変位の感度係数を示している。

$$[K]\{v\} = \{R\} - \{F\}_p + \{F\}_b + \{F\}_{\sigma 0} + \{F\}_{\sigma 0} \quad (1)$$

$[K]$: 剛性マトリックス $\{F\}_b$: 連続体に作用する単位面積あたりの分布外荷重

$\{v\}$: 変位ベクトル $\{F\}_{\sigma 0}$: 初期歪みによる節点力

$\{R\}$: 荷重ベクトル $\{F\}_{\sigma 0}$: 初期応力によって生じる節点力ベクトル

$\{F\}_p$: 連続体の物体力と等価な節点力

$$[K]\left\{\frac{\partial v_i}{\partial X_i}\right\} = [H] = -\left[\frac{\partial K}{\partial X_i}\right]\{v_j\} \quad (2)$$

3. 剛性推定方法

3.1 最小自乗法に依る推定方法

3.1.1 提案法1

既知な変位量 $\bar{v}$ を地表面の測定点とし、 M 層の地層の未知の剛性 X_s を求める。

各層の剛性と測定変位等の初期条件を与えた状態で、各要素の測定点に関する感度を求め、その感度式(3)に示すように層ごとに加算する($m1, m2, m3$ は、各層の最後の要素番号である)。それから、感度係数特性³⁾式(4)を用いて、最小自乗法に依る未知の剛性 X_s に関する連立方程式(5)が得られる。

収束条件を式(6)のように設定し、収束判定を行い、収束条件を満足しない場合は、解析で得られた剛性 X_s を式(7)に示す方法により補正したものを新たな解析変数として再解析する。なお、式(7)の新たな解析変数 X_s^{i+1} は、前ステップの剛性 X_s^i を解析後の剛性 X_s^i で除したものを前ステップの剛性 X_s^i に乗じたものである。

3.1.2 Gauss-Newton法

Gauss-Newton法は、定式化の過程において数学的近似(2次の項を無視する)が含まれている点で、提案法とは異なる。

$$\frac{\partial v_i}{\partial X_1} = \sum_{i=1}^{m1} \frac{\partial v_i}{\partial X_1}, \frac{\partial v_i}{\partial X_2} = \sum_{i=m1+1}^{m2} \frac{\partial v_i}{\partial X_1}, \frac{\partial v_i}{\partial X_3} = \sum_{i=m2+1}^{m3} \frac{\partial v_i}{\partial X_1}, \dots \quad (j=1, 2, 3, \dots, \ell) \quad (3)$$

$$v_j = -\sum_{s=1}^M \frac{\partial v_j}{\partial X_s} X_s \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^M \left(\sum_{j=1}^{\ell} \frac{\partial v_j}{\partial X_s} \frac{\partial v_j}{\partial X_k} \right) X_s = -\sum_{j=1}^{\ell} \bar{v}_j \frac{\partial v_j}{\partial X_k} \quad (5)$$

$$\left| \frac{X_s^{i+1} - X_s^i}{X_s^i} \right| \leq \varepsilon \quad (6)$$

$$X_s^{i+1} = X_s^i \frac{X_s^i}{X_s^i} \quad (7)$$

$$\bar{v}_j = v_j + \sum_{s=1}^M \frac{\partial v_j}{\partial X_s} \Delta X_s + \varepsilon \quad (8)$$

$$\sum_{s=1}^M \left(\sum_{j=1}^{\ell} \frac{\partial v_j}{\partial X_s} \frac{\partial v_j}{\partial X_k} \right) \Delta X_s = -\sum_{j=1}^{\ell} (\bar{v}_j - v_j) \frac{\partial v_j}{\partial X_k} \quad (9)$$

$$X_s^{i+1} = X_s^i + \Delta X_s^i \quad (10)$$

$$\sum_{s=1}^M \frac{\partial v_i}{\partial X_s} X_s = -\bar{v}_j \quad (11)$$

キーワード: 逆解析問題、感度解析、平面歪み

*1 〒350-0815 埼玉県川越市飯井2100

TEL 0492-39-1402 FAX 0492-31-4482

v_i に対応する測定変位を $\bar{u}_i$ とし、測定変位に含まれる誤差を ε とすると式(8)が得られる。

最小自乗法に基づき、 Δx_i を求めるための連立方程式(9)を作る。

収束条件を満足しない場合は、式(10)に示す方法により補正したものを新たな解析変数として再解析する。

3.2 最小自乗法に依らない推定方法

3.2.1 提案法2

感度係数を求め、感度係数特性式を用いるところまでは前述のそれと同じだが、最小自乗法は用いない。

ここでは感度係数特性式の変位に、測定変位を代入する事により連立方程式 (11) を立て、未知なる剛性を推定する。

収束条件を満足しない場合は、式(7)に示す方法により補正したものを新たな解析変数として再解析する。

3.2.2 提案法3

3層モデルの解析時に、一度2層モデル化し提案法2を施すことにより、推定値の前処理を行う。その時に得た推定値を初期値として、もう一度提案法2で解析する事により剛性を推定する。

4. 解析例（地層モデル）

図1に示すような2層モデルを考える。既知数となる地表面の測定変位は、表記のヤング率で通常の構造解析を行い設定する。設定された測定変位を既知数として未知数となる各層のヤング率を逆解析により同定する。地層のポアソン比は $\nu = 0.48$ とし、収束条件は $\varepsilon = 0.01$ とする。

初期設定ヤング率を(1層, 2層) = (5000, 50), (50, 5000), (200, 100), (1000, 1000), (2000, 2000)に設定し、提案法1、Gauss-Newton法、提案法2、を用いて収束回数について解析を行った。

解析を行った結果、図3に示すように提案法2が、早く収束することがわかった。また、提案法2は2層モデルに強く、初期設定ヤング率の影響を受けにくい事も分かった。

次に、図3に示すような3層モデルを考える。初期設定ヤング率を(1層, 2層, 3層) = (5000, 50, 50), (50, 5000, 5000)に設定し、提案法3を用いて推定値について解析を行った。

表1からも分かるように、通常、推定値が発散してしまう様な初期設定に対して、少ない計算回数でかなり精度良く推定する事ができた。

5. おわりに

数値シミュレーションでは、最小自乗法に依らない感度係数特性式を応用した提案法2、3の有効性が得られた。

今後は、実際のデータを用いた解析を行いどの程度の精度が得られるかを確認したい。

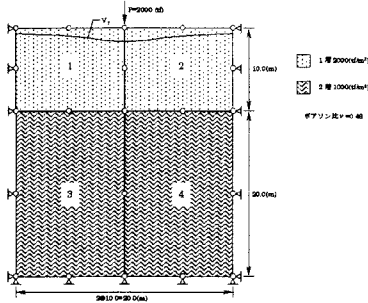


図1 2層モデル図

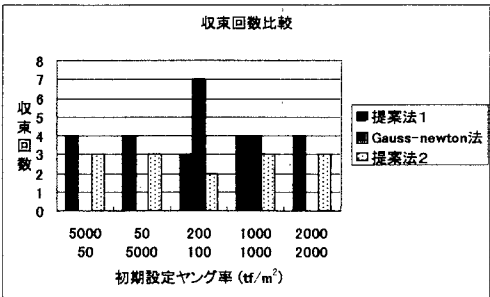


図2 収束回数比較

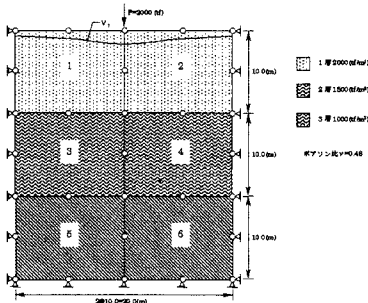


図3 3層モデル図

表1 提案法3による推定値

Step1	E_1	E_2	E_3	Step1	E_1	E_2	E_3
初期値	5000	50	5000	初期値	50	5000	5000
1回	2120.608	1183.4253		1回	2770.969	1192.2530	
2回	1997.7079	1199.6419		2回	2002.6636	1199.1136	
3回	1997.424	1199.6694		3回	1997.425	1199.6694	
4回				4回			
Step2	E_1	E_2	E_3	Step2	E_1	E_2	E_3
初期値	1997.424	1199.6694	1199.6694	初期値	1997.425	1199.669	1199.669
1回	1998.792	1598.8454	960.6948	1回	1998.792	1598.845	960.6948
2回	1999.916	1505.3082	897.6756	2回	1999.916	1505.308	897.6756
3回	2000	1500	1000	3回	2000	1500	1000

(参考文献)

- 1) 新延、松井、菊田：骨組構造物の応答感度係数の特性、土木学会論文集、1992.7
- 2) 高久、新延、榎本：感度係数特性に基づく逆解析、土木学会大52回学術講演会講演概要集、平成9年9月