

東洋大学・ 学生員 清水 康弘
東洋大学・ 正会員 新延 泰生
(株) 国 建** 正会員 前泊 史

1. はじめに

通常の最適設計問題では、制約条件が設計変数に対して非線形な形で表現されるが、感度係数が持つ特性を利用することで線形近似式に置換でき、線形計画法を用いて解くことができる。本研究では、トラス構造物を取り上げ、上述の最適化理論を用い、さらに構造物の各部材で所用の細長比を設定することにより、骨組レベルの設計と断面レベルの設計に分離して最適設計を行っている。なお、許容応力度は道路橋示方書に基づいている。また、提案する方法は逐次線形計画法(SLP)とは異なるものである。

2. 感度係数特性

部材 i の感度係数 X_i の変動に対する j 番目の自由度に対する節点変位 z_j の感度係数は、

$$\frac{\partial z_j}{\partial X_i} = \left(-[K]^{-1} \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\} \right)_j \quad (1)$$

で表される。式(1)の両辺に X_i/z_j を乗じ、 i について1から m まで総和をとれば

$$\sum_{i=1}^m \frac{\partial z_j}{\partial X_i} \frac{X_i}{z_j} = - \left\{ [K]^{-1} \sum_{i=1}^m \left(\left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] X_i \right) \{z\} \right\}_j \frac{1}{z_j} \quad (2)$$

となる。

ここで、次式のような

$$I_i = \alpha A_i l_i^2 \quad (3)$$

という関係式を導入し、断面積を設計変数としたときの感度係数特性を示す。 $(l_i$ は部材長を示す。) $X_i = A_i$ とすると

$$\sum_{i=1}^m \frac{\partial K}{\partial X_i} X_i = \sum_{i=1}^m \frac{\partial K}{\partial X_i} A_i = \sum_{i=1}^m \frac{\partial K}{\partial I_i} \frac{\partial I_i}{\partial A_i} A_i = \sum_{i=1}^m \frac{\partial K}{\partial I_i} I_i = K \quad (4)$$

となり、

$$\sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] X_i = [K] \quad (5)$$

が成立する。従って、式(2)は、

$$\sum_{i=1}^m \frac{\partial z_j}{\partial X_i} \frac{X_i}{z_j} = - \left([K]^{-1} [K] \{z\} \right)_j \frac{1}{z_j} = -z_j \frac{1}{z_j} = -1$$

上式は、任意の骨組構造物に対して成立する関係式であり、感度係数を骨組構造物全体について総和したも

のは定数になることを示している。よって、上式は、

$$\sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right] X_i = -z_j \quad (6)$$

とおくことができる。

ここで設計変数 X_i が δX_i だけ微小変動したときの $k+1$ 番目の設計点にあたる応答変位 z^{k+1} の推定式は、

$$z^{k+1} = z^k + \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k \delta X_i \quad (7)$$

$\delta X_i = X_i^{k+1} - X_i^k$ と表せるので式(7)に代入すると

$$z^{k+1} = z^k + \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} - \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^k \quad (8)$$

ここで式(6)の感度係数特性を用いると式(8)は

$$z^{k+1} = 2z^k + \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} \quad (9)$$

となる。また、応力の感度係数特性による $k+1$ 番目の任意の応力の推定式は次のように表せる。

$$\sigma^{k+1} = 2\sigma^k + \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial \sigma}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} \quad (10)$$

3. 最小重量設計の定式化

応力制約および変位制約のもとでトラス構造物の重量を最小化する断面積を求める。最小重量設計は次ように定式化することができる。

$$W = \sum_{i=1}^m l_i \rho X_i \rightarrow \min.$$

キーワード：最適設計、トラス構造物、感度解析

連絡先：〒350-0815 埼玉県川越市鯉井2100 TEL 0492(39)1402 FAX 0492(31)4482

** 〒900-0015 沖縄県那覇市久茂地1-2-20 TEL 098 (862) 3849

subject to

$$\sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq \sigma_a - 2\sigma_j^* \quad (j=1,2,\dots,m)$$

$$\sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq z_a - 2z_j^* \quad (j=1,2,\dots,m)$$

式(3)の係数 α は細長比 λ を用いて

$$\alpha = 1/\lambda^2 \quad (11)$$

のように表される。すなわち各部材で所用の細長比 λ を設定することにより骨組レベルの設計と、断面レベルの設計の分離が可能となる。

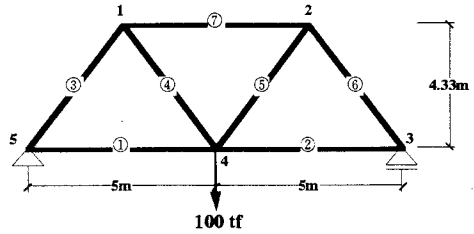
4. 数値計算例

今回は、上述の最小重量設計の定式化において、圧縮部材の座屈を考慮している道路橋示方書の軸方向許容応力度を使用した。また、部材ごとの剛性配分も考慮するために部材ごとに細長比を設定した。解析モデルとして図1に示される7部材トラスと諸条件を用いた。なお、鋼種については、SM400を使用して解析を行っている。許容応力度は、表2のようになる。

部材ごとの λ の設定は、圧縮部材と引張部材について各々で表1で示す λ を与えた。その結果を表3に示す。ここで、節点4における変位は、-0.812 (cm)であり許容変位を満足しているので、アクティブな制約条件は応力であることがわかる。また、ここでは表していないが、鋼種によってはアクティブな制約条件が変位で表される。

5. おわりに

今回の解析では、断面積 A と断面2次モーメント I との関係として、 $I = \alpha A l^2$ という関係式を用いて設計を行った。これにより、所用の断面積 A を基に式(3)を満足する断面2次モーメント I が得られ、断面構成を設計することができる(表4)。



$E = 2.1 \times 10^6 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$: Young's modulus
 $P = 0.00785 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$: Unit weight
 $z_a = 1.0 \text{ (cm)}$: Allowable displacement

図1 解析モデル

表1 部材の細長比

部材	細長比 (λ)
圧縮部材	120 以下
引張部材	200 以下

表2 局部座屈を考慮しない許容軸方向応力度 (kgf/cm²)

部材	SM400	細長比 (λ)
引張	1400	20
圧縮	-1400	20
	-568.72	120
	-256.96	200

表3 解析結果

鋼種	SM400			
設計変数	A			
$A_0 \text{ (cm}^2\text{)}$	50			
最小重量 (kgf)	1680.96			
節点変位 (cm)	-0.812			
部材番号	Area (cm ²)	Stress (kgf/cm ²)	λ	I (cm ⁴)
①	20.6203	1400.00	200	129
②	20.6203	1400.00	200	129
③	101.518	-568.720	120	1762
④	41.2396	1400.00	200	258
⑤	41.2396	1400.00	200	258
⑥	101.518	-568.720	120	1762
⑦	101.520	-568.720	120	1763
Iteration	9			

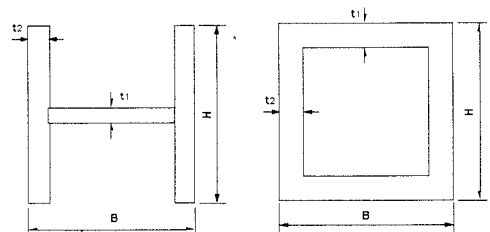


図2 H形と箱形の断面図

表4 各部材における断面寸法

部材番号	断面形状	断面寸法 mm			断面積 cm ²	細長比	断面2次モーメント cm ⁴
		H×B	t ₁	t ₂			
① ②	下弦材	Box	130×140	8	22	72.6	1378
③ ⑥	斜材	Box	140×140	22	22	103.8	2494
④ ⑤	斜材	H	130×94	11	13	41.3	477
⑦	上弦材	Box	140×140	22	22	103.8	2494

(参考文献)

- 1) 内海芳則、新延泰生、榎本寛雄、小室和之：「トラス構造物の最小重量設計と最大剛性設計」土木学会第48回年次学術講演会概要集；1993.9
- 2) 社団法人日本道路協会：「道路橋示方書・同解説」；1996.12
- 3) 菊池洋一、近藤明雅：「大学課程 橋梁設計例 (第7版)」；1995.3