

○中央大学 学員 山田 章雄
(株)I.N.A 正員 高木 利光
中央大学 正員 川原 陸人

1 はじめに

砕波帯で発達する流れ、いわゆる海浜流の流れを推定または予測することは、海水浴場の安全性を検討する上で重要なことである。従来は水深方向に流れが一樣であるとした長波近似を用いて数値モデル化していた。しかし、実際の現象は、砕波により岸側に輸送された質量は、それを補償するように底面付近で沖向の流れとなっていることが、現地観測あるいは水理模型実験により確認されている。このような流れの3次元性は、特に底質移動を検討する上において重要である。そこで、本研究では、海浜流の3次元性を考慮できるモデルの構築を目指すものであり、平面場と鉛直場を別個に解いて重ね合わせることで、3次元場を表現する方法を適用した。

2 基礎方程式

一般に、浅水域の長波流れは鉛直方向の運動よりも水平方向の流速が卓越していることから、静水圧分布を仮定することが可能である。また、鉛直方向に σ 座標 [5] を導入することにより、次のように表せる。

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + \omega u_{i,\sigma} = -g\eta_i + \frac{4}{D^2} (N_v u_{i,\sigma})_{,\sigma} + F_i \quad (1)$$

$$\dot{\eta} + Du_{i,i} + D\omega_{,\sigma} = 0 \quad (2)$$

ここで、 N_v は鉛直方向渦動粘性係数、 F_i は水平方向の動粘性係数である。

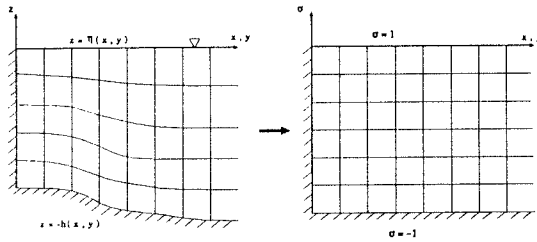


Figure 1: σ 座標系

平面2次元場の海浜流基礎方程式は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \dot{U}_i + U_j U_{i,j} + g\eta_i - \nu(U_{i,j} + U_{j,i})_{,j} \\ + \frac{\tau}{h_s} (U_k U_k)^{\frac{1}{2}} U_i + \frac{S_{ij,j}}{\rho D} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{\eta} + DU_{i,i} = 0 \quad (4)$$

ここで、 u_i は $x_i (i = 1, 2)$ 方向の流速、 g は重力加速度、 η は水位変動量、 ν は動粘性係数、 τ は回転摩擦係数、 ρ は密度、 h_s は水深の要素平均、 $S_{ij,j}$ はラディエーションストレスである。 D については、 $D = h + \eta$ である。

モードスプリット法 [4][5] により3次元場を平面2次元場と鉛直場に分離し、平面2次元モデルと鉛直モデルの計算を交互に解くことにより3次元的な海浜流場を求める。まず、鉛直方向については3次元場の基礎方程式(1)から2次元場の基礎方程式(3)を差し引くことによって求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{ki}}{\partial t} + \frac{4}{D^2} \lambda_k A_{ki} = \left\{ \frac{\tau S_i}{\rho D} (2 - a_k) \right. \\ + \frac{\tau B_i}{\rho D} [a_k - 2f_k(-1)] + \frac{4}{D^2} [\beta_1 u_{Si} - \beta_2 u_{Bi} f_k(-1)] \\ \left. - \frac{4}{D^2} \lambda_k U_i a_k + \frac{a_k}{D} \left(\int_{-h}^{\eta} u'_i u'_j dz \right)_{,j} + \frac{a_k}{\rho D} S_{ij,j} \right\} \phi_k \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 u_{Si} 、 u_{Bi} は水面および海底面での流速であり、 β_1 、 β_2 は定数、 $f_k(\sigma)$ は水深方向のみの関数、 $A_{ki}(x_i, t)$ は時間および水平位置のみの関数である。また、 a_k 、 Φ_k 、 $f_k(\sigma)$ は次のような関数とする。

$$a_k = \int_{-h}^{\zeta} f_k dz = \int_{-1}^{+1} f_k d\sigma \quad (6)$$

$$\Phi_k = 1 / \int_{-h}^{\zeta} f_k^2 dz = \int_{-1}^{+1} f_k^2 d\sigma \quad (7)$$

$$f_k(\sigma) = \cos p_k(1 - \sigma) - \frac{\beta_1}{N_v p_k} \sin p_k(1 - \sigma) \quad (8)$$

緩勾配方程式は次のように表せる。

$$(cc_g \xi_{,i})_{,i} + k^2 (1 + i f_D) cc_g \xi = 0 \quad (9)$$

ここで、 c は波速、 c_g は群速度、 ξ は振幅関数、 k は波数、 i は虚数単位、 f_D は減衰係数を表す。

平面2次元方向の定式化には、空間方向に対して三角形一次要素による内挿補間関数を用い、ガラーキン法を適用する。

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} \dot{U}_{\beta i} + K_{\alpha\beta\gamma j} U_{\beta j} U_{\gamma i} \\ + H_{\alpha\beta i} \eta_{\beta} + N_v E_{\alpha i \beta j} U_{\beta j} + F_{\alpha\beta} U_{\beta j} \\ + R_{\alpha i \beta j} S_{ij\beta} = \hat{\Omega}_{\alpha i} \end{aligned} \quad (10)$$

$$M_{\alpha\beta} \dot{\eta}_{\beta} + [B_{\alpha\beta\gamma i} + C_{\alpha\beta i \gamma}] (h_{\beta} + \eta_{\beta}) U_{\gamma i} = 0 \quad (11)$$

なお、時間方向の離散化に、2段階陽解法を用いる。鉛直モデルについては、式(5)の時間微分項を中央差分で近似する。

$$A_{ki}^{n+1} = \frac{1 - 2\Delta t \lambda_k / D^2}{1 + 2\Delta t \lambda_k / D^2} A_{ki}^n + \frac{\Delta t C_{ki}^n \phi_k}{1 + 2\Delta t \lambda_k / D^2} \quad (12)$$

ここに、

$$\begin{aligned} C_{ki}^n &= \frac{\tau_{S_i}}{\rho D} (2 - a_k) + \frac{\tau_{B_i}}{\rho D} [a_k - 2f_k(-1)] \\ &+ \frac{4}{D^2} [\beta_1 u_{S_i} - \beta_2 u_{B_i} f_k(-1)] - \frac{4}{D^2} \lambda_k U_i a_k \\ &+ \frac{a_k}{D} \left(\int_{-h}^{\eta} u'_i u'_j dz \right)_j + \frac{a_k}{\rho D} S_{ij,j} \end{aligned} \quad (13)$$

緩勾配方程式については、解析接続法 [1] を用いることにより以下の有限要素方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \{ [K_1] - [K_3][K_2]^{-1}[K_3]^T \} \{ \xi \} \\ & = \{ F_4 \} + [K_3][K_2]^{-1} \{ F_5 \} \end{aligned} \quad (14)$$

3 数値計算例

数値解析例として、Fig.2のような港湾（節点数7235、要素数14108）にて解析を行った。鉛直方向に20分割し、海浜流の計算については、鉛直計算は水平計算10回おとした。波の場の計算には碎波減衰を考慮した、入射角260°、入射波の最大振幅2.0mの規則波を用いた。なお、碎波減衰係数には、Dibajnia・渡辺の式 [1] を用いた。なお、Fig.4は波高、Fig.3,5は鉛直方向に平均した流速、および底面付近の流速を表す。

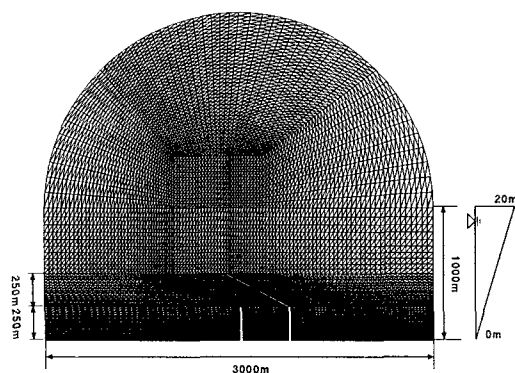


Figure 2: 有限要素分割図

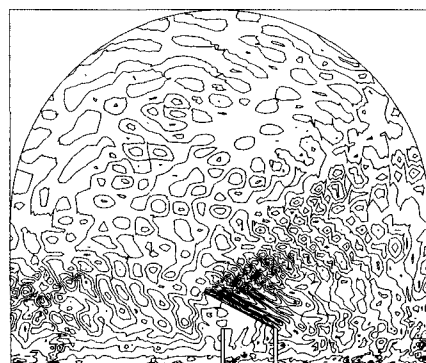


Figure 4: 波高分布図

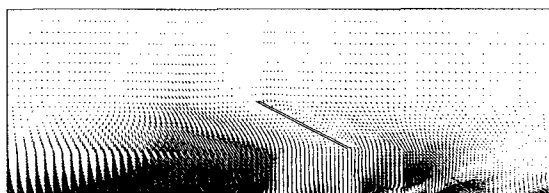


Figure 3: 鉛直方向に平均した流速



Figure 5: 底面付近の流速

4 おわりに

以上のように平面場と鉛直場に別けることによって、3次元的な海浜流流れの検証を行ってみたが、港湾の右側すなわち防波堤の背後域においては波高が大きいため大きな流速が生じており、底面部では沖向きに流れている。しかしながら、海浜流の大きな特徴である、渦ができていないことから、今後の課題とするところである。また、今回は側方境界を反射率で処理している為、波高が側方境界に近づく程、小さくなる為正しい海浜流計算ができないため、今後は側方に領域を広げて汀線と防波堤以外は開境界処理で行なっていきたい。

References

- [1] 土木学会編：海岸波動
- [2] 本間 仁 監修 堀川 清司 編：海岸環境工学、東京大学出版会
- [3] 服部昌太郎 著：海岸工学、コロナ社
- [4] 高木 利光、川原 睦人 (1996)：準3次元海浜流の有限要素解析、計算工学会論文集、第1巻、pp363-366
- [5] 村上・清水 (1994)：σ座標系における3次元の潮流計算、海岸工学論文集、第41巻、pp271-275
- [6] Z.Kowalik, T.S.Murty: Numerical Modeling of Ocean Dynamics, World Scientific