

(I-49) 感度係数特性に基づくトラス構造物の最小重量設計

東洋大学 学生員○前泊 史

東洋大学 正会員 新延泰生
(株) 大東設計コンサルタント 正会員 榎本覚雄

1. はじめに

本研究では、トラス構造物について線形計画法(LP)を用いた最小重量設計を行った。トラス構造物の最適設計では、通常、設計変数は、部材の断面積あるいはその逆数が用いられる。設計変数を断面積にした場合、応力制約条件式や変位制約条件式は、非線形な形で表現されるが、ここでは、感度係数特性を用い、線形近似式に置換する事により、線形計画法で解くことを可能にしている。また、設計を骨組レベルの設計と断面レベルの設計に分離し、座屈荷重についても考慮している。なお、ここで提案する方法は逐次線形計画法(SLP)とは異なるものである。

2. 感度係数特性

k 番目設計点における任意の応答変位 z^k の感度係数は、

$$\frac{\partial z}{\partial X_i} = \left(-[K]^{-1} \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{z\} \right)_i \quad (1)$$

で表される。

式(1)の両辺に X_i を乗じ、 i について1から m まで総和をとれば

$$\sum_{i=1}^m \frac{\partial z}{\partial X_i} X_i = -[K]^{-1} \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] X_i \quad (2)$$

ここで、断面積を設計変数とした場合の感度係数特性を示す。 $X_i = A_i$ とし

$$I_i = \alpha_i A_i l_i^2 \quad (3)$$

という関係を導入する。ただし l_i は i 部材の部材長を示す。

$$\left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] X_i = \left[\frac{\partial K}{\partial A_i} \right] A_i = \left[\frac{\partial K}{\partial I_i} \right] \left\{ \frac{\partial I_i}{\partial A_i} \right\} A_i = \left[\frac{\partial K}{\partial I_i} \right] I_i \quad (4)$$

という関係が各部材で成立するので

$$\sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] X_i = [K] \quad (5)$$

となり、 $X_i = A_i$ の場合の式(1)に代入することにより式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right] X_i &= -([K]^{-1} [K] \{z\})_k = -z_k \\ \therefore \sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z_k}{\partial X_i} \right] X_i &= -z_k \end{aligned} \quad (6)$$

すなわち感度係数に感度変数(設計変数)を乗じ、骨組全体について総和をとったものが、応答値に(-)を付けたものとなっている。

ここで設計変数 X_i が δX_i だけ微小変動したときの $k+1$ 番目の設計点にあたる応答変位 z^{k+1} の推定式は、

$$z^{k+1} = z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k \delta X_i \quad (7)$$

$\delta X_i = X_i^{k+1} - X_i^k$ と表せるので式(7)に代入すると

$$\begin{aligned} z^{k+1} &= z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k (X_i^{k+1} - X_i^k) \\ &= z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} - \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^k \end{aligned} \quad (8)$$

ここで式(6)の感度係数特性を用いると式(8)は

$$z^{k+1} = 2z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} \quad (9)$$

となる。また、応力の感度係数特性による $k+1$ 番目の任意の応力の推定式は次のように表せる。

$$\sigma^{k+1} = 2\sigma^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} \quad (10)$$

3. 最小重量設計の定式化

応力制約および変位制約のもとでトラス構造物の重量を最小化する断面積を求める。最小重量設計は次のように定式化することができる。

$$W = \sum_{i=1}^m l_i \rho X_i \rightarrow \min.$$

subject to

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq \sigma_u - 2\sigma_j^k \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^m \left[\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq z_u - 2z_j^k \quad (j=1, 2, \dots, m)$$

式 (3) の係数 α は細長比 λ を用いて

$$\alpha = 1/\lambda^2 \tag{11}$$

のように表される。

すなわち各部材で所用の細長比 λ を設定することにより骨組レベルの設計と、断面レベルの設計の分離が可能となる。

4. 数値計算例

今回は、上述の最小重量設計の定式化においては、圧縮部材の座屈を考慮している道路橋示方書の軸方向許容応力度を使用した。また、部材ごとの剛性配分も考慮するために部材ごとに細長比を設定した。解析モデルとして **fig.1** に示される 10 部材トラスと諸条件を用いた。なお、鋼種については、SM400 を使用して解析を行っている。許容応力は、以下のようになる。

$$\sigma_{ta} = 1400 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$
$$\sigma_{ca} = \begin{cases} -1400.00 \text{ (kgf/cm}^2\text{)} & (\lambda = 20) \\ -568.72 \text{ (kgf/cm}^2\text{)} & (\lambda = 120) \\ -256.96 \text{ (kgf/cm}^2\text{)} & (\lambda = 200) \end{cases}$$

また、部材ごとの λ の設定は、許容応力度を満たす部材については、 $\lambda = 20$ を使い、部材力の小さい部材については、圧縮部材と引張部材について各々で **Table.1** で示す λ を与えた。その結果を **Table.2** に示す。

変位 v_3 の変位が、 $-2.604(\text{cm})$ で許容変位を満足しているので、変位制約については、余裕があることが解る。しかし、応力については、部材 1 において圧縮許容応力度 $\sigma_a = -1400(\text{kgf/cm}^2)$ に達しているが、部材 2, 3 においては許容応力度には達していない。そして、ここでは示していないが座屈を考慮しない場合よりも応力の制約が厳しくなった分、最適重量は増加している。

5. おわりに

今回の解析では、断面積 A と断面 2 次モーメント I との関係として、従来の $I = \alpha A^3$ に代わって $I = \alpha A I^2$ という関係式を用いて設計を行った。これにより、骨組レベルの設計と断面レベルの設計の分離が可能になった。すなわち所用の断面積 A を基に式 (3) を満足する断面 2 次モーメント I が得られるように断面構成を設計することになる。

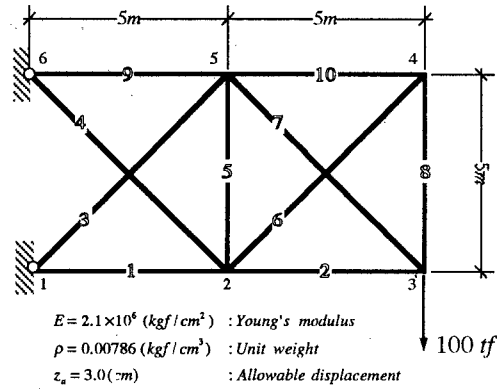
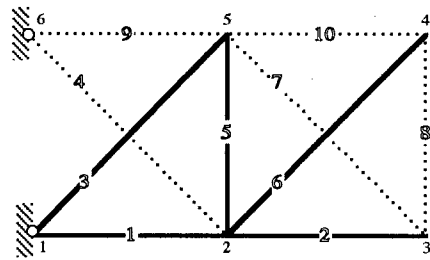


fig. 1



Compression elements : 1, 2, 3, 5, 6
Tension elements : 4, 7, 8, 9, 10

fig. 2

Table. 1 Maximum slenderness ratio

	slenderness ratio
Compression element	120
Tension element	200

Table. 2 Computational results

Kind of steel	SM400		
Minimum weight	2319.02(kgf)		
$v_3 = -2.604(\text{cm})$			
Element	Area(cm^2)	Stress(kgf/cm^2)	λ
1	72.355	-1400.000	20
2	73.209	-1347.770	20
3	103.520	-1347.960	20
4	1.310	1400.000	200
5	1.000	104.084	120
6	3.481	-568.720	120
7	103.528	1346.880	20
8	1.000	1400.000	200
9	141.931	1400.000	20
10	1.000	1400.000	200
Iteration	37		

(参考文献)

1) 新延泰生、松井邦人、菊田征勇：「骨組構造物の応答感度係数の特性」土木学会論文集；1992.7
2) 内海芳則、新延泰生、榎本覚雄、小室和之：「トラス構造物の最小重量設計と最大剛性設計」土木学会第 48 回年次学術講演会概要集；1993.9
3) 菊池洋一、近藤明雅：「大学課程 橋梁設計例（第 6 版）」；1991.3
4) 社団法人 日本道路協会：「道路橋示方書・同解説」；1994.2