

1. まえがき

一昨年の阪神・淡路大震災では、大きな上下動を含む震源近傍における多くの地震観測記録が得られ、構造物や地盤に対して上下動が及ぼす影響については未だ明確な結論が得られていないものの、構造物・地盤の被害や挙動に影響を及ぼすという指摘がいくつかなされているのも事実である^{1), 2)}。一方、現状の耐震設計では、上下動の影響の考慮方法は、震度法による対応が一般的に用いられている。例えば、地中構造物の耐震性や地盤の地震時安定性の検討において、基盤における水平地震動（加速度）の最大値の $1/2$ を静的に構造物・地盤に作用させて断面力や変位を算定・照査する方法が用いられることが多い。本報では、表層地盤における上下動の地盤応答の影響を考慮するため、弾性体と仮定した二層系地盤に縦波（P波）が鉛直入射するときの地盤内直応力を波動論により算定し、震度法による結果と比較するものである。

2. 上下動（縦波）の鉛直入射に対する基本方程式

3次元弾性体に対する運動方程式は、式(1)で表わされる³⁾。

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 u, v, w : x, y および z 方向の変位、 ρ : 地盤の密度、 λ, μ : ラーメの定数

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

式(1)の第3式（上下動変位 w の運動方程式）に着目し、上下動（縦波）の鉛直入射を考慮すれば、

$\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ であるから、式(2)が得られる。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = V_p^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \quad V_p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad (2)$$

ここに、 V_p は縦波（P波）の速度である。式(2)は、上下動（縦波）の鉛直入射に対する波動方程式を表わしている。一方、水平動のせん断波（SH波）の鉛直入射に対する波動方程式は、式(3)で表わされる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = V_s^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad V_s^2 = \frac{\mu}{\rho} \quad (V_s : \text{せん断波速度}) \quad (3)$$

式(2)と(3)を比較すれば、上下動縦波（P波）の鉛直入射に対する基本方程式は、SH波の鉛直入射の方程式で、せん断波速度 V_s を縦波速度 V_p に置き換えたものになっていることがわかる。したがって、水平動と上下動の基本式等について整理すると、表-1のようになる。

表-1 水平動と上下動の比較

	水平動	上下動
変位	水平変位 v	鉛直変位 w
ひずみ	せん断ひずみ $\gamma = \frac{\partial v}{\partial z}$	直ひずみ $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$
応力	せん断応力 $\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial z}$ $\mu = \rho V_s^2$	直応力 $\sigma_z = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z}$ $\lambda + 2\mu = \rho V_p^2$
基本式	$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = V_s^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$	$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = V_p^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$

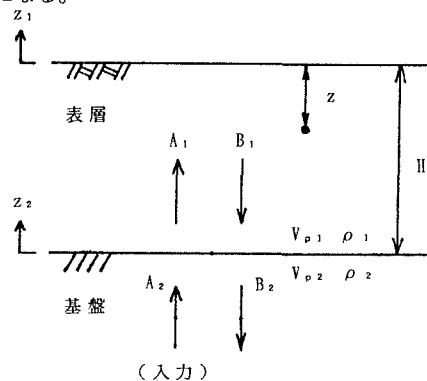


図-1 二層系地盤の解析モデル

3. 上下動鉛直入射に対する変位解

図-1に示すような二層系弾性地盤に対し、基盤に上下動成分を有する縦波が鉛直入射するものと仮定する。このとき、表層および基盤の鉛直変位 w_1 および w_2 は式(4)で表わされる。

$$\begin{cases} w_1 = A_1 \exp(-i\zeta_1 z_1 + i\omega t) + B_1 \exp(i\zeta_1 z_1 + i\omega t) \\ w_2 = A_2 \exp(-i\zeta_2 z_2 + i\omega t) + B_2 \exp(i\zeta_2 z_2 + i\omega t) \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 $\zeta_1 = \omega / V_{p1}$ 、 $\zeta_2 = \omega / V_{p2}$ 、 A_1 、 B_1 ：表層での上昇波および下降波の変位振幅、 A_2 、 B_2 ：基盤層での上昇波(入力波)および下降波の変位振幅、 ρ_1 、 V_{p1} ：表層の密度および縦波速度、 ρ_2 、 V_{p2} ：基盤の密度および縦波速度、 ω ：円振動数である。

境界条件として、地表面上で直応力がゼロ、表層と基盤の境界で鉛直変位と直応力の連続条件を指定する。このとき、式(5)が成立する。

$$\begin{cases} Z_1 = 0 \text{ で、} (\sigma_z)_{Z_1=0} = 0 \\ Z_2 = 0 \text{ (} Z_1 = -H \text{) で } w_1 = w_2, (\sigma_z)_{Z_1=-H} = (\sigma_z)_{Z_2=0} \end{cases} \quad (5)$$

ここに、直応力 σ_z は、 $\sigma_z = \rho V_p^2 \partial w / \partial z$ で表わされる。式(4)において、 A_2 を既知とし A_1 、 B_1 、および B_2 の計3つが未知となるから、式(5)の3つの境界条件式から定めることができる。以上より、地表面での鉛直変位 $(w_1)_{Z_1=0} = 2A_1$ は、式(6)のように求められる。

$$2A_1 = \frac{2A_2}{\cos(\omega H / V_{p1}) + i\xi \sin(\omega H / V_{p1})}, \quad \xi = \frac{\rho_1 V_{p1}}{\rho_2 V_{p2}} \quad (6)$$

(縦波のインピーダンス比)

4. 地盤内直応力の算定

$Z_1 = -Z$ での直応力 $(\sigma_z)_{Z_1=-Z}$ は、式(7)で表わされる。

$$(\sigma_z)_{Z_1=-Z} = 2\omega\rho_1 V_{p1} \cdot A_2 \frac{\sin \zeta_1 H}{\cos \zeta_1 H + i\xi \sin \zeta_1 H} \quad (7)$$

ここで、入射波の速度 $\dot{A}_2 = i\omega A_2$ を考慮すれば、式(8)が得られる。

$$\frac{(\sigma_z)_{Z_1=-Z}}{2\dot{A}_2 \rho_1 V_{p1}} = \frac{-i \sin k r}{\cos r + i\xi \sin r}, \quad k = \frac{Z}{H}, \quad r = \frac{\omega H}{V_{p1}} \quad (8)$$

ここに、 k は無次元深さ、 r は無次元振動数である。

すなわち、

$$\left| \frac{(\sigma_z)_{Z_1=-Z}}{2\dot{A}_2 \rho_1 V_{p1}} \right| = \frac{|\sin k r|}{\sqrt{\cos^2 r + \xi^2 \sin^2 r}} \quad (9)$$

一方、震度法による算定式は、 $Z_1 = -Z$ より上部の地盤に一樣に入射波振幅の2倍の慣性力が作用すると仮定すれば、式(10)が得られる。

$$(\sigma_z)_{Z_1=-Z} = \rho_1 Z \cdot 2i\omega \dot{A}_2 \quad (10)$$

したがって、

$$\frac{(\sigma_z)_{Z_1=-Z}}{2\dot{A}_2 \rho_1 V_{p1}} = i k r \quad (11)$$

すなわち、

$$\left| \frac{(\sigma_z)_{Z_1=-Z}}{2\dot{A}_2 \rho_1 V_{p1}} \right| = |k r| \quad (12)$$

式(9)および(12)を用い、縦波速度のインピーダンス比 $\xi = 0.4$ に固定した時の、深度方向の無次元直応力 $|\sigma_z / (2\dot{A}_2 \rho_1 V_{p1})|$ の分布を算定した。その結果を図-2に示す。無次元振動数 r が小さい時、(例えば $r = 0.5$)は、震度法と波動論の結果がほぼ同じであるが、 r が大きくなるとその差が現われることがわかる。なお、図-2で、 $r = 1.57$ は、一次共振点に相当する無次元振動数である。

5. あとがき

本報では、上下動によって発生する地盤内の直応力を、震度法と弾性波動論に基づく方法により算定し、比較を行った。この結果、無次元振動数が大きくなると、両者の差が現われることが明らかとなった。ただし、本報の結果は、①地盤を成層二層系と仮定している ②地盤の内部減衰を無視している ③SV波の上下動への影響を無視している ④地震動を正弦波としている(振動数領域の解) ⑤地盤の非線形性を無視していること、などの前提条件があり、定量的な妥当性については観測結果の比較を通じてさらに検証してゆく必要がある。

<参考文献>

- 1) 伯野元彦：上下動復活か，第51回土木学会年次学術講演会 I (B)，pp. 186～187，1996
- 2) 翟恩地、北浦勝、宮島昌克：液状化地盤における水平動と上下動の波動特性、第51回土木学会年次学術講演会 I (B)，pp. 432～433，1996
- 3) 佐藤泰夫：弾性波動論，岩波書店，1978

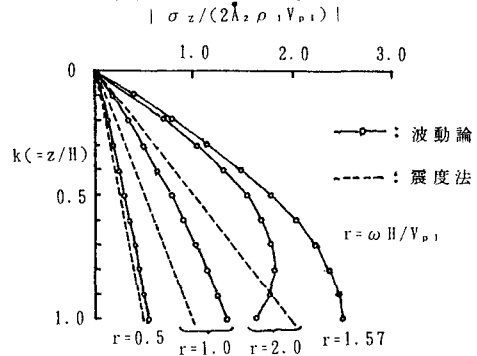


図-2 無次元直応力の深度分布