

○ 中央大学 学生員 若木 茂行
中央大学 学生員 佐野 泰彦
中央大学 正員 川原 陸人

1 序論

土木工学の諸分野において制御問題が注目されつつある。そこで芝生の緑を保つ為に地中にパイプを埋めパイプ内水温の調節により、地中内を最適な温度に制御することが検討されている。そこで、このような制御を行なう上で地盤内の熱伝導率を定量的に求めることが必要となる。熱伝導率は気候、場所において多少異なった値になるものである。本研究の目的は、地盤内の熱伝導現象を数値的に正しく予測するために、不確定要素である熱伝導率を同定することである。同定手法として共役勾配法の一つである Fletcher-Reeves 法を適用し最小値の探索を行なった。現地観測データを得るために、千葉県農業試験場にある芝生を一区画借り、地中に温度センサーを埋設しデータを取得した。

2 基礎方程式

基礎方程式として以下に示す非定常熱伝導方程式を用いる。

$$\rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - \beta \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) = 0 \quad \text{in } V \quad (1)$$

ここで、 ρ , C_p , β , θ , t , は密度、比熱、熱伝導率、温度、時間、を表す。境界条件、初期条件は以下に示す。

● 第1種境界条件

$$\theta = \hat{\theta} \quad \text{on } S_1 \quad (2)$$

● 第2種境界条件

$$q = \beta \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} l + \frac{\partial \theta}{\partial y} m \right) = \hat{q} \quad \text{on } S_2 \quad (3)$$

● 初期条件

$$\theta_0 = \hat{\theta}_0 \quad \text{in } V \quad (4)$$

3 有限要素法

基礎方程式 (1) を三節点三角形に基づく有限要素で離散化し、さらに時間方向にクランク-ニコルソン法を適用すると、以下の有限要素方程式が得られる。

$$([M] + \frac{\Delta t}{2}[S])\{\theta\}^{n+1} = ([M] - \frac{\Delta t}{2}[S])\{\theta\}^n \quad (5)$$

ここで、 $[M]$, $[S]$ は熱容量行列、拡散係数行列を表す。

4 共役勾配法

評価関数を以下の様に定義する。

$$J(\beta) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left((\{\theta\} - \{\theta^*\})^T (\{\theta\} - \{\theta^*\}) \right) dt \quad (6)$$

θ は温度の計算値、 θ^* は温度の観測値を表している。評価関数は、温度の計算値から観測値をひいたものの二乗の形になっており、この2つの値の差が小さいほど評価関数の値は小さくなる。ここで t_0 , t_f は同定開始時間、終了時間を表している。勾配を求める為に評価関数を β で偏微分してやると以下の様になる。

$$\{d\} = -\left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\} = - \int_{t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right]^T (\{\theta\} - \{\theta^*\}) dt \quad (7)$$

$J(\{\beta\} + \alpha\{d\})$ に関する1変数関数を考えた場合、その時の降下方向に対しての評価関数の最小値を与える量 α は (8) 式になり、更に (9) 式より β を更新させる。

$$\alpha = - \frac{\{d\}^T \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}}{\{d\}^T \int_{t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right] \left[\frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right]^T dt \{d\}} \quad (8)$$

$$\{\beta\}^{(i+1)} = \{\beta\}^{(i)} + \alpha\{d\}^{(i)} \quad (9)$$

Fletcher-Reeves 法より二回目以後の勾配を次の様に表す。

$$\phi = \frac{\left(\left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i+1)}, \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i+1)} \right)}{\left(\left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i)}, \left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i)} \right)} \quad (10)$$

$$d^{(i+1)} = -\left\{ \frac{\partial J}{\partial \beta} \right\}^{(i+1)} + \phi d^{(i)} \quad (11)$$

5 数値解析例

図1に現地地盤の断面図と有限要素メッシュを示す。地盤構成は細砂、粗砂、玉砂利の三種類の砂層から成りそれぞれ違った熱伝導率をもつと考えられる。

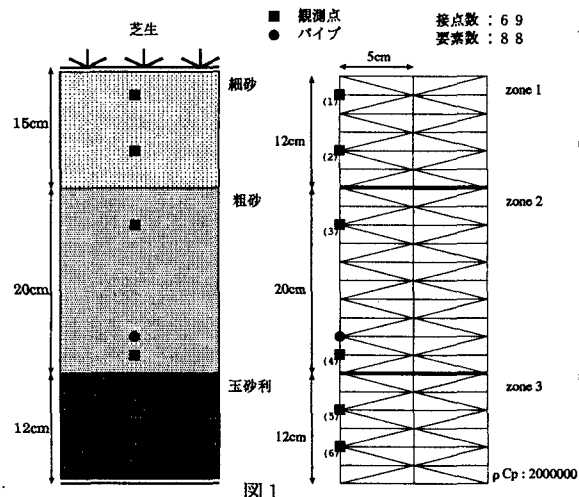


図1

パイプには温度調節された水を流すことができ、30分おきに各観測点から温度を計測した。今回、1995年4月24日～5月10日に千葉県農業試験場で観測されたデータをもとに熱伝導率の同定をおこなった。ここで図2、3は計算で得られた熱伝導率と評価関数である。図4は計算値と観測値をそれぞれ各観測点ごとに比較してみた。

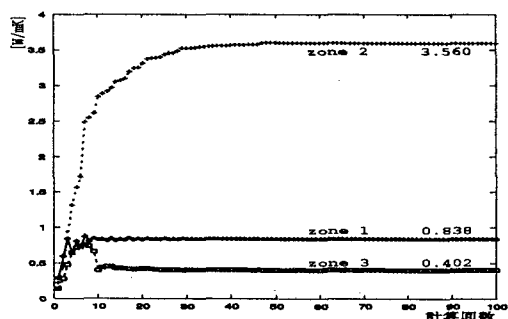


図2 熱伝導率

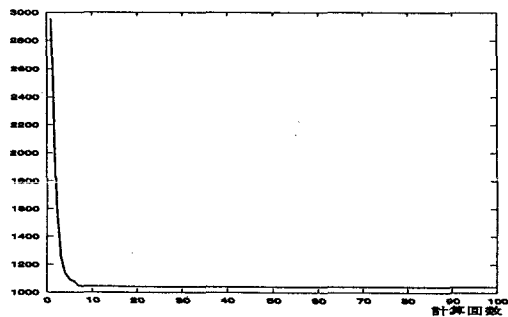


図3 評価関数

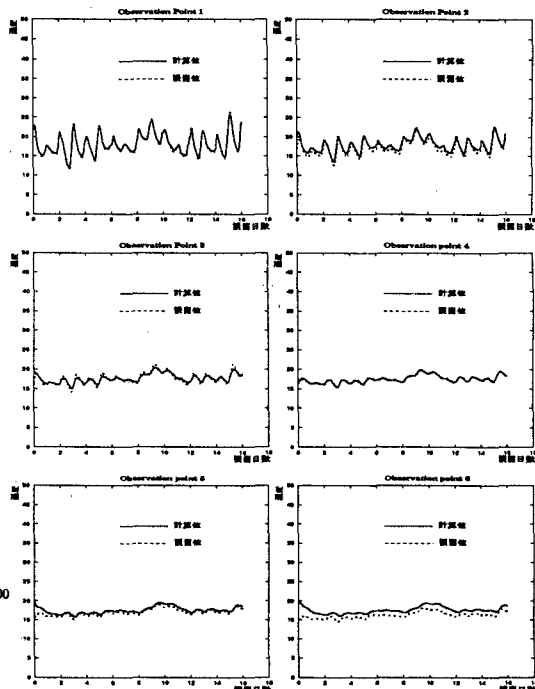


図4 観測値と計算値の比較

ここで表1に、1993～95年における地盤内各層の熱伝導率の結果のみを載せた。

表1

熱伝導率 (収束値)								
	ZONE 1	ZONE 2	ZONE 3		ZONE 1	ZONE 2	ZONE 3	
Aug. 9- Aug. 16 '93	1.839	2.990	0.367	Oct. 13- Oct. 17 '94	0.773	0.938	0.467	
Aug. 28- Sep. 7 '93	1.740	2.768	1.188	Apr. 24- May 10 '95	0.838	3.560	0.402	
Sep. 6- Sep. 17 '93	1.675	2.930	1.234	Jul. 1- Jul. 9 '95	0.982	3.195	1.933	
Sep. 17- Oct. 7 '93	1.844	2.797	1.189	Jul. 29- Aug. 7 '95	1.013	3.143	0.051	
Dec. 7- Dec. 24 '93	1.834	2.844	1.013	Aug. 10- Aug. 17 '95	0.989	1.862	0.102	
Jan. 25- Feb. 8 '94	1.722	2.570	0.098	Oct. 9- Oct. 18 '95	0.939	0.649	0.186	
Feb. 10- Mar. 3 '94	1.822	2.653	1.176	Oct. 18- Nov. 15 '95	1.207	1.068	4.618	
Mar. 4- Mar. 9 '94	1.297	1.885	0.099	Nov. 15- Nov. 29 '95	3.189	0.822	1.227	

(W/mK)

6 結論

図4より得られた熱伝導率は実際の現象とほぼ一致していると考えられる。現地観測データをもとに熱伝導率を一年間比較すると各層一定の順序を保っている。しかし値のばらつきに季節的傾向が得られない。今後、原因を解明し天気、季節による傾向を検討したい。

参考文献

- [1] M.kawahara and H.Yoshida "Finite Element Method of New System for Civil Engineering"
- [2] M.Kawahara "Fluid Analysis by Finite Element Method"
- [3] Y.Sano,A.Anju,M.Kawahara "Parameter Identification for Unsteady Heat Conduction Problem",1994.