

(Ⅲ - 34) 工事中トンネル内における酸素濃度の最適制御に関する研究

○ 中央大学 学生員 遠藤 壮
中央大学 正員 川原 睦人

1 はじめに

工事中のトンネル坑内作業場付近では、建設機械や運搬車両、作業員の呼吸などの影響により酸素が消費され、そのまま放置すると酸素濃度が著しく低下して、作業環境は悪化する。従って、作業場付近には常に十分な酸素の供給がなされていなければならない、実際には、ファンなどを用いてトンネル外部よりフレッシュエアを吹き込むことで対応している。

本研究の目的は、フレッシュエアの供給量を最適制御理論に基づいて決定し、作業場付近の酸素濃度を最適に制御しようとするものである。

2 基礎方程式

基礎方程式として、トンネル坑内の酸素濃度に対して移流拡散方程式、トンネル坑内の空気の流れに対してストークス流れの方程式を用いる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} - k \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) = r \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial y} - \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (3)$$

また、連続の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

と表される。ここで、 u, v は x, y 方向に対する流速を示し、 k, μ, p, c はそれぞれ拡散係数、粘性係数、圧力、酸素濃度を示している。空間方向への離散化は、移流拡散方程式、ストークス流れの方程式共に有限要素法を適用し、時間方向への離散化は移流拡散方程式には陽解法を、ストークス流れの方程式には分離型解法を適用した。

3 Sakawa-Shindo 法を用いた最適制御

3.1 評価関数

評価関数として

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left((\{c\} - \{c_d\})^T [Q] (\{c\} - \{c_d\}) + \{\theta_x\}^T [R] \{\theta_x\} + \{\theta_y\}^T [R] \{\theta_y\} \right) dt \quad (6)$$

と定義する。

ここで $c, c_d, \theta_x, \theta_y$ はそれぞれ酸素濃度の状態量、目的酸素濃度、 x, y 方向の操作量（操作流速）を示す。評価関数は、状態量と目的値との残差と、操作量の二乗和からなる汎関数で、この関数値がもっとも小さくなる時の操作量が、最適な操作量となる。

3.2 Sakawa-shindo 法による最適化

最適理論を適用するために、ハミルトン関数を

$$H = \frac{1}{2} \left((\{c\} - \{c_d\})^T [Q] (\{c\} - \{c_d\}) + \{\theta_x\}^T [R] \{\theta_x\} + \{\theta_y\}^T [R] \{\theta_y\} \right) + \{p_u\}^T \{\dot{u}\} + \{p_v\}^T \{\dot{v}\} + \{p_c\}^T \{\dot{c}\} \quad (7)$$

と定義する。ここで、 $\{p_u\}, \{p_v\}, \{p_c\}$ はラグランジュ乗数であり、オイラー・ラグランジュ方程式と横断性の条件より、ラグランジュ乗数を得る。計算初期の安定化を計るため、ハミルトン関数 J を拡張して、

$$K^{(i)} = H^{(i)} + \left(\{\theta_x^{(i)}\} - \{\theta_x^{(i-1)}\} \right)^T [w^{(i)}] \left(\{\theta_x^{(i)}\} - \{\theta_x^{(i-1)}\} \right) + \left(\{\theta_y^{(i)}\} - \{\theta_y^{(i-1)}\} \right)^T [w^{(i)}] \left(\{\theta_y^{(i)}\} - \{\theta_y^{(i-1)}\} \right) \quad (8)$$

と定義する。ここで、上添え字 (i) は、最小化のための計算繰り返し回数を示し、 $[w]$ は、重み係数行列を示す。停留条件

$$\frac{\partial K^{(i)}}{\partial \{\theta_x^{(i)}\}} = 0 \quad \frac{\partial K^{(i)}}{\partial \{\theta_y^{(i)}\}} = 0 \quad (9)$$

より、最適操作量を得る。

4 数値解析例

本研究では、Fig.1 に示す実際の工事中のトンネル坑内モデルで数値解析を行なう。解析領域はトンネル縦断面とし、境界 A-B, A-D, C-D は壁である。トンネル坑内のもっとも奥にフレッシュエアの送風口を設け、ここでは、酸素ポンプ等の利用で、常に 40.0 の酸素濃度を保てるものとし、作業場では酸素濃度は常に 10.0、トンネル坑内任意断面では常に 18.0 としている。即ち、作業場において、酸素が消費される建設機械等のある場所では酸素濃度は低い値で一定とし、ファンによって、作業場付近の酸素濃度を最適に制御することを意味する。また、目的点での酸素の初期濃度は 18.0、目的酸素濃度は 20.0 とした。

Fig.2-1において、破線は制御を施さなかった場合の酸素濃度の時間的変化を示し、実線は制御を施した場合の酸素濃度の時間的変化を示す。目的点が、作業場の酸素消費部分に近いところにあるため、制御をしないときは、酸素濃度はそれ自身の拡散効果よりも境界値の影響を強く受けて、時間と共に低下し、ある一定値に収束することがわかる。

一方、制御を行なうと、即ち、Fig2-2に示す操作量を操作点に与えると、酸素濃度は目的濃度である20.0に収束する。Fig2-2を見ると、操作の初期段階で多くの酸素を供給し、酸素濃度が目的濃度に達すると酸素の供給が定常的な挙動を示すことから、この最適制御は、操作初期段階において大きな影響力を持つものと考えられる。

また、Fig2-3は評価関数値の変化を示し、評価関数値の最小化が、うまく実行されていることがわかる。

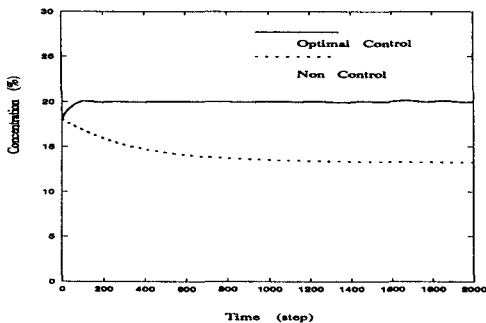
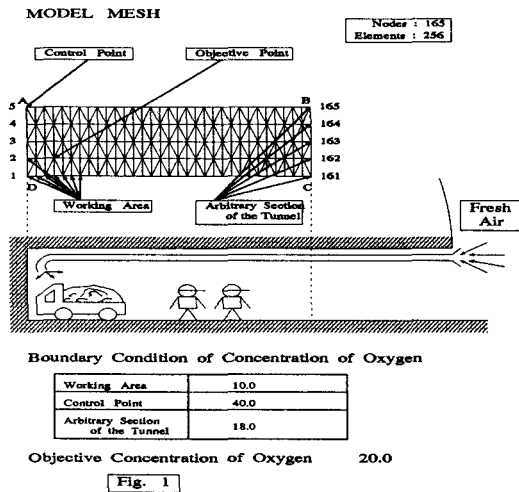


Fig.2-1 Concentration of Oxygen (at Objective Point)

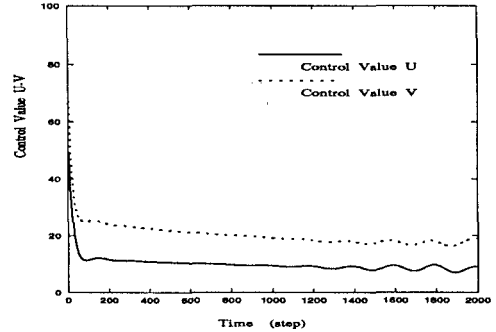


Fig. 2-2 Control Value U-V

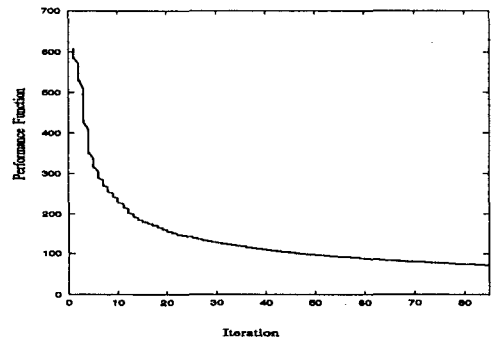


Fig. 2-3 Performance Function

5 おわりに

工事中トンネル坑内における酸素濃度の最適制御は、Sakawa-Shindo法を用いることにより、かなりうまく行なえることがわかった。

6 参考文献

- (1) 川原睦人 有限要素法流体解析 日科技連 1992
- (2) Z.Sakawa, Y.Shindo "On Global Convergence of an Algorithm for Optimal Control" ,IEEE Transactions on Automatic Control, vol AC -25- No.6, pp 1149-1153,(1980)
- (3) 土木工学全集編集委員会 土木工学全集第22巻 トンネル工学(改訂増補) 理工図書 1990
- (4) 原田実 地下鉄工事の換気・集じんの知識 鹿島出版会 1985