

(Ⅲ - 25) 不同沈下のフラクタル的性質

清水建設 和泉研究室 正会員 脇田英治

1. はじめに

フラクタル(fractal)は拡大すると元の図形と同じ構造のものがミクロなスケールで含まれている(ただし、正確な相似ではなく、統計的自己相似)性質に関する概念である。自然界の中でいろいろなものがフラクタルの性質をもつことが明らかにされている。一例として海岸線、山の起伏、雲の形などである。

本論文では軟弱地盤などで見られる不同沈下がフラクタルの性質を持つのではないかと考え、それについて考察する。表—1 は本論文で取り扱う不同沈下の現場観測例の一覧である。これらの現場ではマクロ的にはほぼ一様(水平方向の地盤の性質の変化の傾向は非常に緩やか)と見なしうる地層が水平方向に連続しており、その力学的特性や沈下分布は定常・非定常に関する分類上、定常の側に分類される性質を有している。

2. $1/f^\beta$ ノイズ

$1/f^\beta$ ノイズとは離散データ列(一定時間間隔で観測されたデータ)の周波数とパワー・スペクトル密度(あるいは、変動の頻度と変動の大きさ)の間に直線的な関係が成立することである。ここで、 β (スペクトル数)とは周波数 f を x 軸に、スペクトル密度を y 軸にとり、それらの関係を両対数グラフ上に表わした時の回帰直線の勾配である。

周波数とパワー・スペクトル密度の関係が直線関係であることは、スペクトル密度の変動が描く図形がミクロな周波数領域とマクロな周波数領域で統計的に相似な関係にあることを意味する。これはフラクタルの定義に他ならない。つまり、 $1/f^\beta$ ノイズとはスペクトルのフラクタル構造と考え

ることができる。

図—1 は表—1 中の case E の不同沈下データであり、図—2 はそのフーリエ・スペクトル分布(直線性に関する性質はパワー・スペクトルと同じ)を示している。図によると不同沈下のスペクトルが $1/f^\beta$ ノイズ型(周波数とフーリエ振幅の関係がほぼ直線)になっている。この場合、最小二乗法による回帰直線と観測値の間の重相関係数は 0.991 であり、直線に対して高い相関性を示している。なお、重相関係数の定義は次式による。

$$R_w = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \cdot \frac{n-1}{n-p-1} \quad (1)$$

ここに、 p は説明変数の数、 n はサンプル数、 $\hat{y}_i$ は回帰曲線による予測値、 y_i は観測値、 $\bar{y}$ は観測値の平均値である。

同様に他の現場観測例について不同沈下のスペクトルの回帰直線を求め、その重相関係数の分布を調べると、図—3 のようになる。この図においても、重相関係数は大きな値を示しており、スペクトル分布の直線性が強いことがわかる。

以上のように、一般的に不同沈下のデータはフラクタルの性質を示し、そのスペクトルは $1/f^\beta$ ノイズ型になると考えられる。

3. フラクタル次元

フラクタル次元 D_f はフラクタルを示す離散データ列のランダム性を判断する基準の一つである。対数グラフ上でスペクトル密度の傾き β とフラクタル次元 D_f の間に直線的な関係が存在することが明らかにされている。そして、次式が成立する⁴⁾。

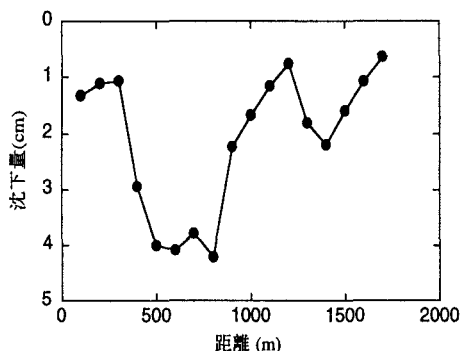
$$D_f = 5 - 3 \cdot \beta \quad (2)$$

観測データを用いて、将来予測(あるいは、後続区間の予測)をする場合、 D_f の値が小さいほど予測精度の高い予測が可能で、 D_f の値が大きいほど予測精度は低くなる。図—4 は予測の信頼度とフラクタル次元の関係を式(2)に基づいて調べた例である⁵⁾。

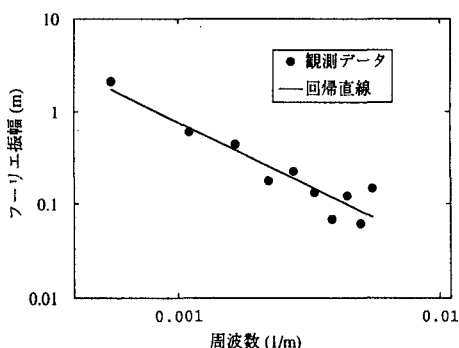
表—1 に示す不同沈下の観測例についてフラクタル次元を調べた結果、不同沈下のフラクタル次元は 1.4 ~ 1.8 の範囲にあり、図—4 上では予測の信頼度が 40 ~ 70% に対応していることがわかる。

表—1 不同沈下の現場観測例

No	現場名	地形	地質	沈下測定	引用文献
A	羽田沖合展開	湾岸部	沖積粘性土	1.7 年後	1)
B	O 埠頭	湾岸部	沖積粘性土	5 年後	2)
C	O 埠頭	湾岸部	沖積粘性土	2 年後	2)
D	武蔵野操車場	内陸部	沖積粘性土	5 年後	3)
E	羽田沖合展開	湾岸部	沖積粘性土	3ヶ月後	1)
F	神戸ポートアイランド	湾岸部	洪積粘性土	2.8 年後	2)



図一 不同沈下の分布 (case E)



図二 不同沈下のフーリエ・スペクトル (case E)

また、図一5 はスペクトルの回帰直線と観測値の間の重相関係数 R_{ws} とフラクタル次元 D_F の関係を示しているが、重相関係数 R_{ws} の値が大きくなるほど、フラクタル次元は低下する関係にある。つまり、直線への近似度がよくなるほど、フラクタル次元は低下する性質があると考えられる。

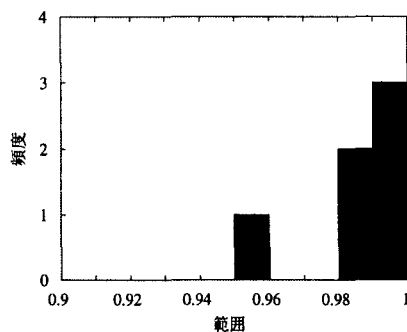
4. まとめ

不同沈下の離散データ列に関して、次のような性質が明らかとなった。

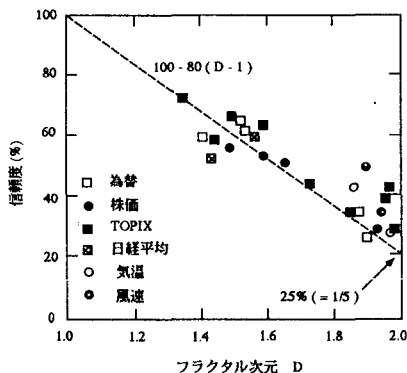
- 不同沈下のスペクトル分布は $1/f^2$ ノイズ型(周波数とスペクトル密度の関係が直線)になる。このことは不同沈下の分布がフラクタルであることを示すものである。
- 不同沈下のデータのフラクタル次元は1.4～1.8の範囲にあり、予測の信頼度で30～60%に相当すると考えられる。

参考文献

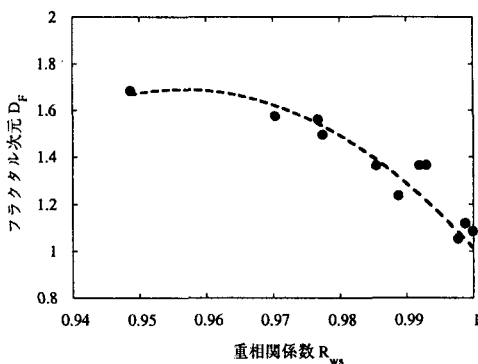
- 森好生, 早田修一, 土田孝: 羽田空港沖合展開事業における沈下観測と将来不同沈下の予測, 土と基礎, Vol.37, No.8, pp.45 - 50, 1989.
- 土田孝: 埋立地における不同沈下の予測, 港湾技術研究所講演会講演集, pp.155 - 228, 1989.



図一3 スペクトルの回帰直線に関する重相関係数の分布 (全ケース)



図一4 予測の信頼度とフラクタル次元の関係⁵⁾



図一5 不同沈下の観測例におけるフラクタル次元 (case F)

- 土質工学会: 土質工学ケースヒストリー集 (第1集), 土質工学会, pp.502 - 513, 1983.
- H.-O. バイトゲン, D. ザウペ (山口昌哉 監訳): フラクタル・イメージ, シュプリンガー・フェアラーク東京, pp.35 - 42, 1990.
- 松葉育雄: カオスと予測, 数理科学, No.348, June, pp.64 - 69, 1992.