（Ⅱ－6）　気泡噴流中の拡散

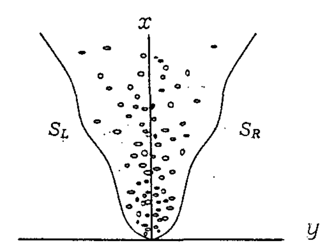
関東学院大学　学生員　小島　渉
関東学院大学　正　員　北野　義則
九州共立大学　正　員　粟谷　陽一

1.　まえがき

湖やダム貯水池などの閉鎖性水域や河口や沿岸海域などの開放性水域の濁度などの水質全般の劣化は数十年来顕在化の一途をたどってきている。これら水域への汚濁物質の流入はもちろんのこと、水域の成層化が進み、物質の輸送が著しく制約されることになる。酸素の供給と成層破壊の促進の目的で気泡噴流によるエアレーションが導入されたものと考える。しかし、密度差のある上下２層を貫いて上昇する気泡噴流の性質、あるいは隣接した左右水域中を上昇する気泡噴流の性質について理論的に解析することは難しい。そこで、本報告は密度差の影響は無視できるような希薄溶液を対象とするもので、濃度差のある水域中に気泡噴流を発生させ、気泡噴流中における濃度分布について理論的に解析し、検討を加えたものである。

2．気泡噴流の基礎式

水域中の水底より気泡を発生させると気泡噴流を生じ、その噴流内では濃度分布が形成される。濃度による密度差は無視できると仮定すると、気泡噴流の運動は一様密度流体中での気泡噴流と全く同じになる。図－１のように２次元気泡噴流の中心軸に沿って鉛直上向きにx軸をとり、気泡発生源に直交して水平にy軸をとる。両軸方向の流速成分をu, vとし単位体積当たりに気泡が占める割合（以後、気泡密度という）をσとする。また、渦拡散係数をK、気泡の相対上昇速度wとすれば、運動方程式および送気量の保存式は次の通りとなる。



図－1

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad \cdots\cdot(1)$$

$$(u+w)\frac{\partial \sigma}{\partial x}+v\frac{\partial \sigma}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial \sigma}{\partial y}\right) \quad \cdots\cdot(2)$$

相似の解を仮定して

$$u=w\Phi',\quad v=c^{2/3}(\zeta\Phi'-\Phi),\quad \sigma=(w^2/gx)\Theta,\quad \zeta=y/c^{2/3}x$$

$$K=\ell^2\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|,\quad \ell=cx \quad \cdots\cdot(3)$$

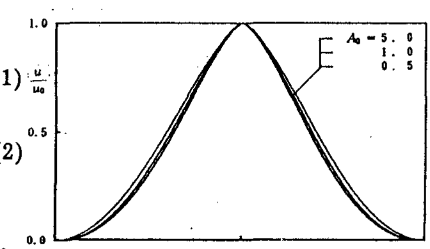
とおく。運動の方程式、気泡の保存式は次のように変換される。

$$\left.\begin{array}{l}\Phi''\Phi'''-\Phi\Phi''=\Theta\\ \Phi''\Theta'-\Phi\Theta=\zeta\Theta'\end{array}\right\} \quad \cdots\cdot(4)$$

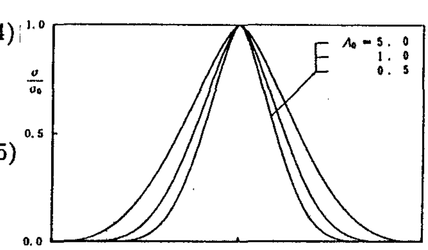
Φ, Θ　を級数に展開すれば次のようになる。

$$\Phi=\sum_{m=0}^{n}A_m\zeta^{(3m+2)/2},\quad \Theta=\sum_{m=0}^{n}B_m\zeta^{3m/2} \quad \cdots\cdot(5)$$

ある与えられた A_0 に対して、噴流境界で$\Phi''=\Theta=0$　となるように B_0 を選べば、任意の A_0 に対する B_0 の値は決められることになる。計算結果を図－２，３に示す。



図－2



図－3

3．気泡噴流中の物質輸送

気泡噴流中の物質の保存則は、物質濃度を s とすると次式で与えられる。

$$u\frac{\partial s}{\partial x}+v\frac{\partial s}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial s}{\partial y}\right) \quad \cdots\cdots(6)$$

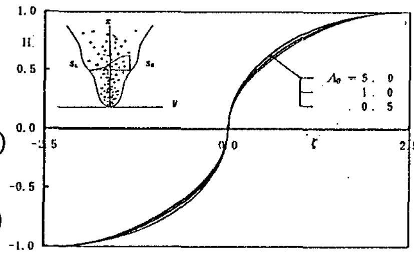
(3) を用い、 $s=X(x)\overline{H}(\zeta)$ ····(7)

とおき(6) に代入すれば、次式を得る。

$$x\frac{dX}{dx}+\mu X=0 \quad \cdots\cdots(8)$$

$$\frac{d}{d\zeta}\left(-\Phi''\frac{d\overline{H}}{d\zeta}\right)+\Phi\frac{d\overline{H}}{d\zeta}+\mu\Phi'\overline{H}=0 \quad \cdots\cdots(9)$$

(8) より $X=x^{-\mu}$ ····(10)が得られる。



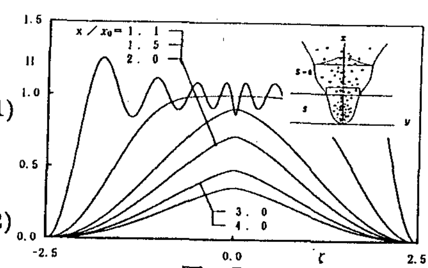
図－4

つぎに、境界条件に応じて固有値 μ を定めなければならない境界条件として、まずはじめに次の条件を考える。気泡噴流の両側の濃度がそれぞれ x に無関係だが異なる値を持つ場合について検討を行う。この場合には x に無関係なものが期待され $\mu=0$ で、左側の濃度を S_L 右側の濃度を S_R とし

$$\overline{H}=\frac{1}{2}(S_L+S_R)+\frac{1}{2}(S_R-S_L)H(\zeta) \quad \cdots\cdots(11)$$

とおく。噴流中心で物質輸送は行われるので H は次のように展開できる。

$$H=\sum_{m=0}^{n}R_m\zeta^{(3m+1)/2} \quad \cdots\cdots(12)$$



図－5

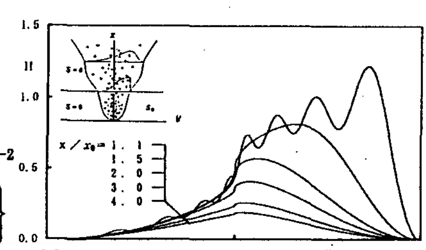
計算結果を図－4に示す。

つぎに、気泡噴流両側で $s=0$ の場合、物質は気泡噴流内のみに存在するので、噴流内の物質輸送があれば、$\mu=1$ となる。このように、奇関数または偶関数の解があることがわかる。

$\mu\neq0$ ， $\mu\neq1$ の場合

奇関数はつぎのように展開される。

$$R_{n-1}=\left\{\sum_{m=0}^{n-2}8(3m+1)A_{n-m-2}R_m+\sum_{m=0}^{n-2}8\mu(3n-3m-4)A_{n-m-2}\times R_m-\sum_{m=0}^{n-2}9(3n-3m+2)(n-m)(3m+1)(n-1)A_{n-m}R_m\right\}/45(3n-2)(n-1)A_1\} \quad \cdots\cdots(13)$$



図－6

偶関数はつぎのように展開される。

$$R_{n+1}=\left\{8\mu(3n+2)A_nR_0+\sum_{m=0}^{n-2}24mA_{n-m}R_m-9m(3n-3m+8)(n-m+2)(3n+2)A_{n-m+2}R_m+8\mu(3n-3m+2)A_{n-m}R_m\right\}/45(3n+2)(n+1)A_1 \quad \cdots\cdots(14)$$

これら級数を用いて境界条件を満足するように μ を定めることが可能となる。μ が求まると s は次のように展開することができる。直交条件より、係数以下のように求められる。

$$s(x,\zeta)=P_1\left(\frac{x_0}{x}\right)^{\mu_1}H_1+P_2\left(\frac{x_0}{x}\right)^{\mu_2}H_2+P_3\left(\frac{x_0}{x}\right)^{\mu_3}H_3+\cdots \quad \cdots\cdots(15)$$

$$P_i=\int_{-\zeta_b}^{\zeta_b}\exp\left(\int\frac{\Phi}{|\Phi''|}d\zeta\right)\Phi's(x_0,\zeta)H_id\zeta\Big/\int_{-\zeta_b}^{\zeta_b}\exp\left(\int\frac{\Phi}{|\Phi''|}d\zeta\right)\Phi'H_i^2d\zeta \quad \cdots\cdots(16)$$

計算結果図－5，6に示す。

参考文献　貯水池内温度成層における曝気循環流の特性と環境制御への適用に関する研究　池田裕一