(Ⅰ－45)　定常振動応答を用いた逆解析結果の信頼性

東京電機大学　学生員　栗原康行
国士舘大学　正会員　小野　勇
東京電機大学　正会員　松井邦人

1．はじめに

本研究では，調和外力加震の実験データに含まれる測定誤差が逆解析結果に及ぼす影響を，モンテカルロシミュレーションと解析的方法を用い信頼領域を示すことによって評価している。同時に逆解析で用いるデータセット数と信頼領域との関係を調べている。

2．実験概要

実験は、図-1の様な多柱式基礎の供試体に対して、各種、既知である物性から計算し求めた質量の慣性モーメント自由振動実験により得られた減衰係数、静的積荷実験より得られた剛性（表-1）を母平均として使用する。

3．1質点系モデルとモンテカルロシュミレーション

モンテカルロシミュレーションにより測定誤差の影響を調べる。シミュレーションを行う為に、図-1の起振機に角加速度 $\omega^{(i)}$ で、調和外力 $f(t)$ を与え加速度計による応答の回転角の定常部分 $x(t)$ を求めるものとする。ここで調和外力には変動係数5%、応答には変動係数10%となる誤差を仮定して、それぞれのデータを作成する。これらのデータを平均測定値としてGauss-Newton法を用いて逆解析を行い慣性モーメントm、減衰係数c 剛性kを求める。すなわち角加速度 $\omega^{(i)}$ における観測値$z^{(i)}$、真値を$z_0^{(i)}$として、

$$J=\sum_{i=1}^{n}(z^{(i)}-z_0^{(i)})^2 \tag{1}$$

を最小にするような慣性モーメントm、減衰係数c、剛性kを計算する。得られたm,c,kは、母平均として定めた調和外力 $f(t)$ と応答$x(t)$を用いて計算した時のばらつきと見なすことができる。

4．測定誤差とm, c, kの精度（解析的方法）

上記に示す通り、加振実験により測定した調和外力と応答からm,c,kを推定することができる。しかしこの様にして得られたm,c,kは、例え各種物性値（慣性モーメント、減衰係数、剛性）が正しいとしても、測定誤差を反映したものとなる。測定誤差が偶然誤差だけを含むものと考え得るのなら、測定誤差が逆解析推定値に及ぼす影響を低減するためには、測定値の平均値とその精度（標本平均とその標準偏差）を用いて評価した方が良い。なぜなら測定回数が多くなると平均推定値は、それだけ母平均に近づくと考えられるからである。精度を求めるためにそれぞれの感度等を利用し逆解析推定値の分散共分散マトリックスを次式の様に表現する。

$$\left[\sigma_{ee}^{h}\right]=\begin{bmatrix}\sigma_{mm} & \sigma_{mc} & \sigma_{mk}\\ \sigma_{cm} & \sigma_{cc} & \sigma_{ck}\\ \sigma_{km} & \sigma_{kc} & \sigma_{kk}\end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\left[\sigma_{ee}^{h}\right]=[\mathrm{B}]^{T}\begin{bmatrix}\ddots & & \\ & \sigma_h^2 & \\ & & \ddots\end{bmatrix}[\mathrm{B}] \tag{3}$$

ここで、$[\mathrm{B}]$は、m,c,kの調和外力と応答に対する感度

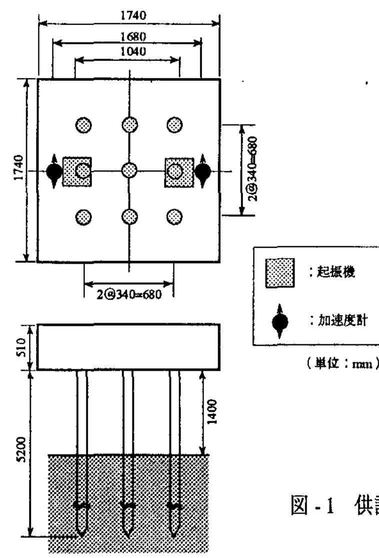

図-1　供試体概略図

表-1　実験結果

慣性モーメント	$kgf\ cm\ s^2/rad$	0.020873×10^6
減衰係数	$kgf\ cm\ s/rad$	0.038478×10^6
剛性	$kgf\ cm/rad$	43.630×10^6

表-2　各入力振動数

回数	入力振動数（Hz）			
2	7.2	7.3		
3	7.2	7.3	7.4	
4	7.1	7.2	7.3	7.4

のマトリックスである。σ_h^2は、調和外力と応答の分散である。

これらの結果より信頼度$1-e$のm, cの信頼領域は、

$$\begin{pmatrix} m-\bar{m} \\ c-\bar{c} \end{pmatrix}^T \left[\sigma^{u}_{u}\right] \begin{pmatrix} m-\bar{m} \\ c-\bar{c} \end{pmatrix} < \chi^2_{e,M-1} \qquad (4)$$

と書くことができる。$\bar{m}$は慣性モーメント、$\bar{c}$は剛性の母平均であり、$\chi^2_{e,M-1}$は、自由度、M、信頼度$1-e$の限界値である。式（4）は、M次元確率長円体の内部を表している。図-2～図-4のグラフは、前頁で示した共試体に関して解析を行い（1）～（4）式による計算結果を図示したものである。図-2は2セットの、図-3は3セット、図-4は4セットのデータを用いて計算を行っている。計算に於いて用いた振動数を表-2に示す。

図には信頼度50%と95%の領域を示した。比較のため、モンテカルロシミュレーションの結果も同時にプロットした。プロットした点は、200個であり、50%領域内に100～103個、95%領域内に191～193個の点があり、ほぼ理論式の妥当性を裏付けている。楕円の大きさから判断すると外力と応答の測定値にノイズが混入した場合でも逆解析結果への影響は小さいと考えられる。データセット数が増えるに従って信頼領域は小さくなっている。

図からデータセット数が2回から3回に増えるときの信頼領域の減少率と3回から4回に増えるときの領域の減少率の違いが読みとる事ができる。つまり、2回より3回のデータの信頼度の方がはるかに高いが3回と4回では、さほどの差は見られない。これらの事より実際の解析ではデータセット数が3で比較的信頼の置ける結果が得られることがわかる。

4．結論

対象となる問題に対して逆解析結果の精度を信頼領域の形で評価し、その妥当性をモンテカルロシミュレーションで検証した。その結果、次のような結論を得た。

（1）　モンテカルロシミュレーションは、解析的に求めた信頼領域の妥当性を裏づけている。

（2）　3セットのデータを用いると、2セットのデータの場合より、逆解析結果の推定精度が大きく改善されるが、4セット以上用いても改善度は顕著に向上しない。

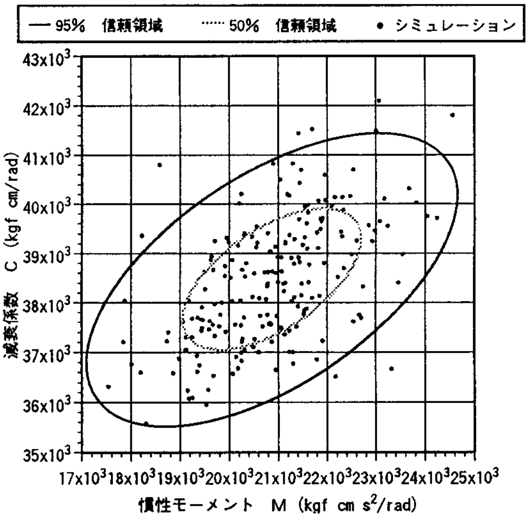

図-2　データセット数2の信頼領域

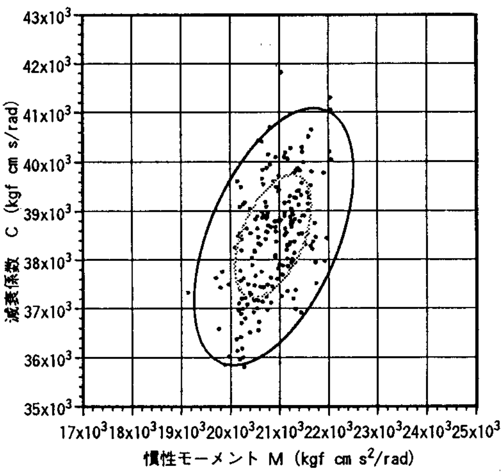

図-3　データセット数3の信頼領域

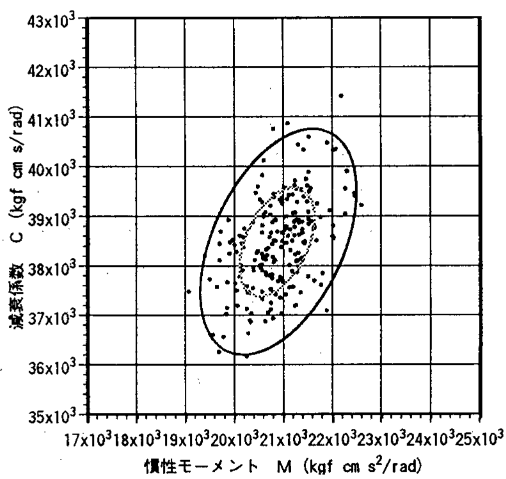

図-4　データセット数4の信頼領域