

## 1. はじめに

筆者らは文献1)において、変位指定下のトラス構造物の形状逆解析を形状感度係数および形状感度係数特性を利用して導いた。しかし、文献1)で示した手法は変位値を直接指定するため、ホモロガス変形となる制約条件を満足するときの変位値が、既知である必要があった。本研究ではホモロガス変形制約条件を相対的な変位つまり変位モードで考えることでも同様な形状逆解析ができることを示すものである。

## 2. 形状感度解析

部材数  $m$  のトラス構造の形状感度係数は次式で与えられる<sup>2)</sup>。

$$\frac{\partial z_k}{\partial X_a} = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial z_k}{\partial a_i} \frac{\partial a_i}{\partial X_a} + \frac{\partial z_k}{\partial b_i} \frac{\partial b_i}{\partial X_a} + \frac{\partial z_k}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial X_a} \right) \quad (1)$$

また、形状感度係数特性は次式のように導かれる<sup>2)</sup>。

$$\sum_{k=1}^{2NV} \frac{\partial z_k}{\partial X_a} \frac{X_a}{z_k} = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial z_k}{\partial x_i} x_i + \frac{\partial z_k}{\partial y_i} y_i + \frac{\partial z_k}{\partial x_i} x_i + \frac{\partial z_k}{\partial y_i} y_i \right) \frac{1}{z_k} \\ = z_k \frac{1}{z_k} = 1, \quad NV: \text{Number of node} \quad (2)$$

## 3. 変位モード指定による逆解析問題

本研究においても文献1)と同様に、トラス構造の未知の節点座標を決定する逆解析問題を考える。ここで、制約条件としては指定する節点変位をモードで取扱うものとする。感度係数特性より  $k$  番目の節点変位は次式で表わされる。

$$z_k = \sum_{a=1}^{2NV} \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a \quad (3)$$

変位モードを考えるにあたり、基準となる節点変位を  $z_1$  とすれば変位モードは

$$\phi_k = z_k / z_1 \quad (4)$$

となる。通常の構造解析において支点など予め決定された節点座標値が条件として与えられることを考慮するため、未知数となる節点座標  $X_a$  と、変化させずに固定しておきたい節点座標  $X_b$  とに分けて式(3)を変形すれば

$$z_k = \sum_{a=1}^{S_1} \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a + \sum_{b=1}^{S_2} \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b, \quad S_1 + S_2 = 2NV \quad (5)$$

となる。式(4)に式(5)を代入すれば変位モードは次式で

表わされる。

$$\phi_k = \left( \sum_a \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a + \sum_b \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b \right) / \left( \sum_a \frac{\partial z_1}{\partial X_a} X_a + \sum_b \frac{\partial z_1}{\partial X_b} X_b \right) \quad (6)$$

次に、最小二乗法に基づき未知の節点座標  $X_a$  を求めるための連立方程式を作る。

$$Q = \frac{1}{2} \sum_k (\bar{\phi}_k - \phi_k)^2 \\ (k=1, 2, \dots, NGiven), \quad (NGiven \geq S_1) \quad (7)$$

ここで、 $\bar{\phi}_k$  は指定変位モードである。式(7)を式(6)に代入すれば

$$Q = \frac{1}{2} \sum_k \left( \bar{\phi}_k - \frac{\sum_a \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a + \sum_b \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b}{\sum_a \frac{\partial z_1}{\partial X_a} X_a + \sum_b \frac{\partial z_1}{\partial X_b} X_b} \right)^2 \quad (8)$$

式(8)を最小化するには  $\partial Q / \partial X_i = 0, (i=1, 2, \dots, S_1)$  とすればよい。式(8)の両辺を  $X_i$  で偏微分すれば

$$\frac{\partial Q}{\partial X_i} = \sum_k \left( \bar{\phi}_k - \frac{\sum_a \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a + \sum_b \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b}{\sum_a \frac{\partial z_1}{\partial X_a} X_a + \sum_b \frac{\partial z_1}{\partial X_b} X_b} \right) \left( -\frac{\partial \phi_k}{\partial X_i} \right) = 0 \quad (9)$$

となる。ここで、

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial X_i} = \frac{1}{z_1} \left( \frac{\partial z_k}{\partial X_i} - \frac{\partial z_1}{\partial X_i} \phi_k \right) \quad (10)$$

式(9)を未知の節点座標  $X_a$  について整理すれば、未知数を推定する連立方程式が得られる。

$$\left[ \left[ \frac{\partial z_k}{\partial X_a} - \frac{\partial z_1}{\partial X_a} \phi_k \right]^T \left[ \frac{\partial z_k}{\partial X_b} - \frac{\partial z_1}{\partial X_b} \phi_k \right] \right] \{X_a\} \\ = \left[ \frac{\partial z_k}{\partial X_a} - \frac{\partial z_1}{\partial X_a} \phi_k \right]^T \left\{ \left( \sum_b \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b \right) \bar{\phi}_k - \sum_b \frac{\partial z_1}{\partial X_b} X_b \right\} \quad (11)$$

マトリクス表示すれば次式のようになる。

$$\mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{B}^T \mathbf{y} \quad (12)$$

初期値  $X_{0a}$  を仮定して、式(11)から得られる  $X_a$  と等しくなるまで解析を繰返す。ここで、次の計算ステップに用いる  $X_{0a}$  は前ステップで得られた値とする。なお、後述の解析例では収束条件として次式を考えている。

$$\left| \frac{X_{0a}^{i+1} - X_{0a}^i}{X_{0a}^i} \right| \leq 0.001 \quad (13)$$

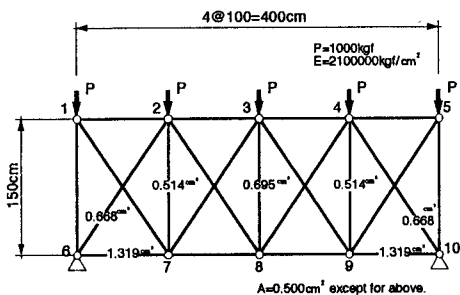


Fig.1 21 bar Truss

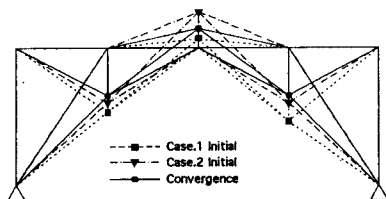


Fig.3 Initial and convergence shape

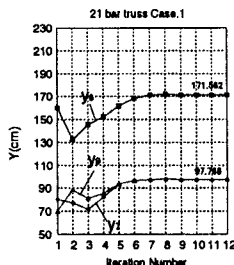


Fig.2 Variation in convergence

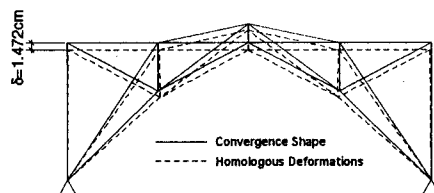
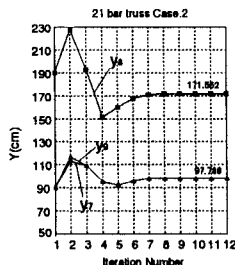


Fig.4 Homologous deformations

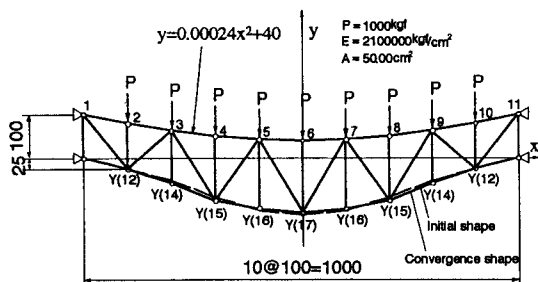


Fig.5 41 bar Truss

| $\delta y$          | $\bar{\phi}_k$ | $Z_k$ (convergence) |
|---------------------|----------------|---------------------|
| 2.10                | 1.00000        | -0.17204            |
| 3.0                 | 1.77778        | -0.30582            |
| 4.0                 | 2.53333        | -0.40145            |
| 5.0                 | 3.28889        | -0.45877            |
| 6.0                 | 4.04444        | -0.47791            |
| <hr/>               |                |                     |
| Initial Convergence |                |                     |
| Y(14)               | -50.000        | -58.595             |
| Y(15)               | -80.000        | -47.790             |
| Y(16)               | -120.000       | -115.334            |
| Y(17)               | -130.000       | -124.442            |

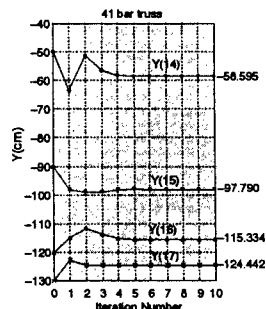


Fig.6 Variation in convergence

#### 4. 解析例

##### 1) 21 部材トラス<sup>3)</sup>

Fig.1 に示す 21 部材トラスの上弦節点 1~5 の鉛直変位を同一とするホモロガス変形を考える。したがって、

$$\bar{\phi}_k = 1.000 \quad (k=1,2,3,4,5)$$

を指定変位モードとして、節点 7, 8, 9 の y 座標値  $y_7, y_8, y_9$  を逆解析する。解析に際して初期値として下表の 2 ケースを考える。

|    | Initial | Case.1 | Case.2 | Convergence |
|----|---------|--------|--------|-------------|
| y7 |         | 80     | 90     | 97.788      |
| y8 |         | 160    | 190    | 171.562     |
| y9 |         | 70     | 90     | 97.788      |

収束状況、解形態および変形図を Fig.2,3,4 に示す。

##### 2) 41 部材トラス<sup>4)</sup>

Fig.5 に示す 41 部材トラスを考える。放物線上 ( $y=0.00024x^2+40$ ) に位置する上弦節点 1~11 が均一な鉛直荷重 P の作用によって、変形後も放物線を保持すると

いうホモロガス変形を満足するトラス形態を、下弦節点の y 座標値 Y(14), Y(15), Y(16), Y(17) を未知数として決定する問題である。Y(12) も未知数とすると解が無数に存在するため、Y(12)=25cm と設定して逆解析している。解形態、収束状況をそれぞれ Fig.5,6 に示す。

##### 5. おわりに

変位モード指定によってもホモロガス変形を制約条件とした形状逆解析が行なえることを示した。しかし、初期値の設定は重要かつ容易ではない問題であり、今回示した解析例においても、これ以上かけ離れた初期値では収束せずに発散する。

#### 参考文献

- 1) 榎本・新延・早川：変位指定下のトラス構造物の形状逆解析，土木学会年次学術講演会概要集 I，1995
- 2) 早川・新延・榎本：トラス構造物の形状感度解析，同上
- 3) 錢・半谷：ホモロガス変形を満足するトラス構造物の最適形態，構造工学における数値解析法シボジカ論文集 第 19 巻，1995.7
- 4) 原田・半谷：ホモロガス変形を制約条件とする構造形態解析，同上