

東京電機大学 学生員 椎名貴快

東京電機大学 正会員 松井邦人

1. はじめに

逆解析の問題ではしばしば不適切性に遭遇することが知られている。その結果、繰り返し計算が発散したり、正しい値から大きく外れた値に収束したりする。その解決法の一つとして「主観情報」（以下「事前情報」と呼ぶ）を用いることが提案されてきた。そしてこの事前情報を用いた逆解析の手法には「拡張ベイズ法」があるが、事前分布と観測値という異種情報の重み付けを調節する正のスカラ値 α の決定方法に問題があることも指摘されている。本研究では、この「事前情報」を盛り込んだ新たなアルゴリズムを幾つか提案し、検討するものである。

2. アルゴリズムの提案

本研究において提案する三つのアルゴリズムについて以下にその概要を示す。

$$(I) \text{ 目的関数: } J = \frac{1}{2} (X - \bar{X})^T H (X - \bar{X})$$

$$\text{制約式: } |u_i - z_i| \leq \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

$$(II) \text{ 目的関数: } J = \frac{1}{2} (X - \bar{X})^T H (X - \bar{X})$$

$$\text{制約式: } g = \frac{1}{2} (u - z)^T W (u - z) - \varepsilon^2 < 0$$

$$(III) \text{ 目的関数: } J = \frac{1}{2} (u - z)^T W (u - z)$$

$$\text{制約式: } g_i = (X_i - \bar{X}_i)^2 - a_i^2 \leq 0 \quad (i = 1, \dots, N)$$

但し $X \in R^M$ $\bar{X}$: X の事前情報
 H : $\bar{X}$ の weight matrix W : u の weight matrix
 u : 測定値 z : 解析値
 a_i : $\bar{X}_i$ の許容誤差量 ε_i : u_i の許容誤差量
 ε : u の許容誤差量

既存の静的逆解析手法、例えば Gauss - Newton 法では、「客観情報（測定値）」を評価関数として用いているので、「測定誤差（偶然誤差）」等が解析結果に与える影響が大きいことや、「測定モデル」と「解析モデル」の不一致等の問題があった。本研究において提案する三つのアルゴリズムは、実務従事者らがもつ「客観的な情報（事前情報）」に注目したものであり、全て「最適化」の理論を基盤において考えられたものである。

(I) のアルゴリズムは、「測定値」と「解析値」の

差を、「測定誤差（偶然誤差等）」の許容範囲内に最小化する制約式を設け、かつ「事前情報」を用いた目的関数の最小化により解の安定化を計るアルゴリズムである。

(II) のアルゴリズムは、(I) と同様の目的関数を用い、制約式には、「測定値」と「解析値」の差の自乗和を「測定誤差」の許容範囲内に最小化する式を用いたアルゴリズムである。

(III) のアルゴリズムは、上記二つのアルゴリズムとは異なり、目的関数は、「客観情報」を用いた Gauss - Newton 法の評価関数と同様の式を用い、制約式に「事前情報」を用いてその weight を大きくしたアルゴリズムである。

3. モデルによる数値シミュレーション

舗装の構造評価、オーバーレイ設計のために非破壊試験が注目され、種々の非破壊試験装置が開発されてきたが、いずれも舗装の表面たわみを測定し、その値から舗装を構成する各層の弾性係数を推定するものであり、この静的問題を数値シミュレーションとして、本研究で提案する (I), (II), (III) のアルゴリズムの挙動を簡便的に見る。

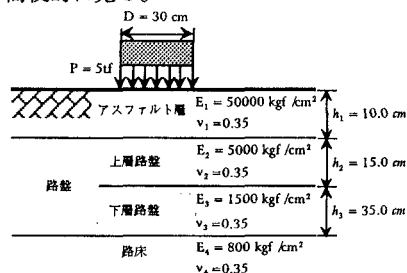


図 - 1 舗装構造断面（4層モデル）

表 - 1 各測定点での表面たわみの測定値

測定点	1	2	3	4	5
測定位置	0.0	30.0	60.0	90.0	120.0
解析たわみ	0.0536	0.0381	0.0259	0.0189	0.0146
測定点	6	7	8	9	10
測定位置	150.0	180.0	210.0	240.0	270.0
解析たわみ	0.0117	0.0097	0.0083	0.0072	0.0064

(単位: cm)

表 - 2 弾性係数の初期値, 事前情報

舗装構造名	アスファルト層	上層路盤	下層路盤	路床
弾性係数初期値	80000.0	8000.0	2400.0	1280.0
事前情報	60000.0	6000.0	1800.0	960.0

(単位: kgf/cm²)

数値シミュレーションを行うにあたり、舗装構造モデルと材料定数は図-1に示す通りである。表面たわみの注目点として、載荷点を含み30cm間隔で10点とし、5t荷重が作用した時のたわみを、多層弾性論による解析ソフト「BISAR」を用いて計算し、表-1に示す。但し、ここでは表-1の値が各測点における表面たわみの母平均と考える。各アルゴリズムにおいて、 $\bar{X}$ の変動係数及び、 μ の変動係数をそれぞれ経験的に10%、2%とした場合の各変数は表-3に示す。

各アルゴリズムでの事前情報の影響を見る事が目的のため、 $\bar{X}$ の値の決定方法については言明しない。

表-3 変数

変数	H	W	ϵ_1	ϵ^2	μ_1^2
変数形	$H = (\bar{X} \times 0.10)^2$	$W = (\mu \times 0.02)^2$	$\epsilon_1 = \mu_1 \times 0.02$	$\epsilon^2 = (0.001)^2 \times 10$	$\mu_1^2 = (\bar{X} \times 0.10)^2$

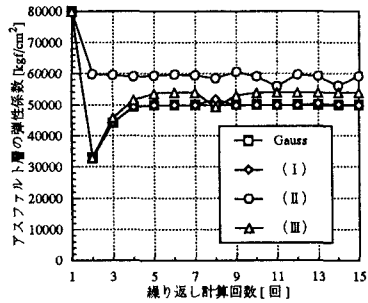


図-2 アスファルト層の弾性係数

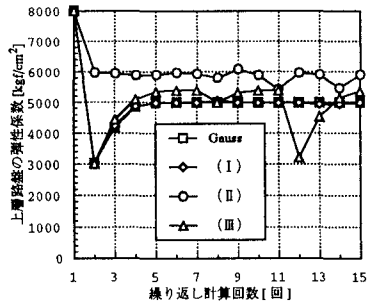


図-3 上層路盤の弾性係数

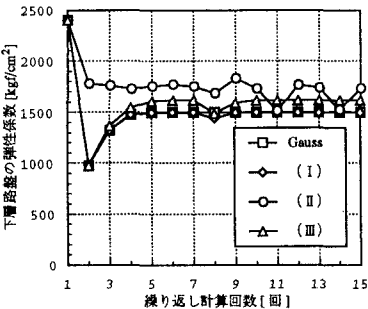


図-4 下層路盤の弾性係数

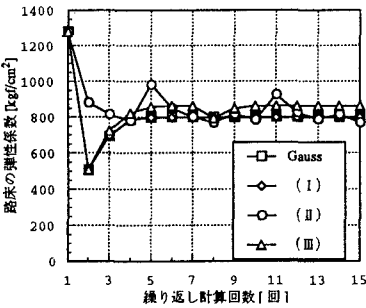


図-5 路床の弾性係数

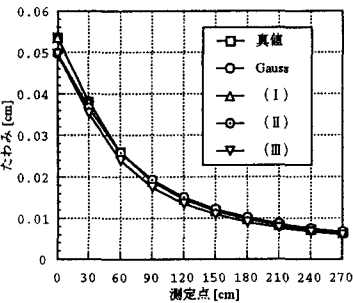


図-6 たわみ曲線

4. 数値シミュレーションの結果に対する検討

それぞれのアルゴリズムについて各層の弾性係数、及びたわみの挙動を図より見ると、(I)のアルゴリズムはGauss-Newton法と非常に似通った収束過程を示し、解析結果を見る限りでは良い傾向にあると言える。(II)のアルゴリズムは、解析結果に対して「制約式」よりも「目的関数」の「事前情報」が大きく影響している。(III)のアルゴリズムは、「目的関数」と「制約式」の両方がうまく結果に反映されており、「事前情報」に引っ張られながらも、たわみを近づけようとする挙動がうかがえる。全てのアルゴリズムにおいて、制約式を満たす数が増えると、目的関数の影響が制約式を満たさない所に顕著に現れる。

5. おわりに

一般に逆解析は不安定性が強く、数値解析上の十分な配慮が必要であり、わずかな測定値の誤差が解析結果を大きく左右すると言われている。本研究において提案した「事前情報」を用いた逆解析のアルゴリズムは、従来の逆解析手法におけるこういった測定値の不適切性問題解決の為、「測定値」又は「事前情報」に主観的な許容範囲を設けて解析を行い、事前情報による解の安定化を目指したものとなっている。今後、実測値等を解析する場合の「 $\bar{X}$, μ の変動係数」及び、「事前情報」の設定の仕方をどうするかなどの問題もあり、さらなる検討が必要である。