

(I - 5) LP を用いた骨組の最小重量設計および最大剛性設計

東洋大学 学生員○前泊 史

東洋大学 正会員 新延泰生
(株) 大東設計コンサルタント 正会員 榎本覚雄

1. はじめに

本研究では、骨組構造物の中でトラス構造物について線形計画法 (LP) を用いた最小重量設計、最大剛性設計を行なった。トラス構造の最適設計において、一般に設計変数として部材の断面積あるいはその逆数が用いられる。通常、設計変数を断面積とした場合、応力制約条件式や変位制約条件式は非線形な形で表現されるが、感度係数特性によりこれらを線形式に置換することが可能である。ここでは、LP を用いた断面最適化を行ない最小重量設計、最大剛性設計より得られた解を比較した。なおここでは提案する方法はSLP (逐次線形計画法) とは異なるものである。

2. 感度係数特性を用いた最適設計問題の定式化

k 番目の設計点での感度係数による $k+1$ 番目の任意の変位 z^{k+1} の推定式は、

$$z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k \delta X_i = z^{k+1} \quad (1)$$

$\delta X_i = X_i^{k+1} - X_i^k$ と表わせるので

$$\begin{aligned} z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k (X_i^{k+1} - X_i^k) \\ = z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} - \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^k \end{aligned} \quad (2)$$

ここで感度係数特性¹⁾ は

$$-\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^k = z^k$$

であるから式 (1) は

$$2z^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} = z^{k+1} \quad (3)$$

となる。また応力の感度係数特性による $k+1$ 番目の任意の応力の推定値は次のように示される。

$$2\sigma^k + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma}{\partial X_i} \right]^k X_i^{k+1} = \sigma^{k+1} \quad (4)$$

(1) 最小重量設計

応力制約および変位制約のもとでトラス構造物の重量 W を最小化する断面積 A_i を求める。最小重量設

計は次のように書ける。

$$W = \sum_{i=1}^n l_i \rho X_i \rightarrow \min.$$

subject to

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq \sigma_a - 2\sigma_j^k \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq z_a - 2z_j^k \quad (j=1, 2, \dots, m)$$

(2) 最大剛性設計

与えられた重量のもとで、それらの剛性を最大化するような剛性配分を求めるのが、最大剛性設計問題である。全ひずみエネルギーが荷重による外力仕事に等しいことに着目し、これを目的関数として剛性の最大化を図る。

トラス構造の全ひずみエネルギー U は、感度係数特性により線形化すると最大剛性設計は以下のよう

$$\begin{aligned} U &= \sum_{j=1}^n \frac{N_j^k l_j}{2EA_j} = \sum_{j=1}^n \frac{N_j^k l_j}{2E} \sigma_j \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{2} \left[\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \right] \rightarrow \max. \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq \sigma_a - 2\sigma_j^k \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial z_j}{\partial X_i} \right]^k X_i \leq z_a - 2z_j^k \quad (j=1, 2, \dots, m)$$

$$W = \sum_{i=1}^n l_i \rho X_i$$

以上の定式化により $k+1$ 番目の断面積を求め、その断面積での感度係数を求め、再び最適化計算を行う過程を解が収束するまで行なう。また収束途中に最適解が存在することがあるので、この場合は、目的関数の変化によって最適解を決定する。

3. 数値計算例

Fig.1 に示す単一荷重を受ける 10 部材トラスで前述の定式化によって数値計算を行なった。計算に用いた定数は、以下に示すものを用いた。

$$E = 2.0 \times 10^4 (\text{kgf/cm}^2)$$

$$\rho = 0.00785 (\text{kgf/cm}^3)$$

$$\sigma_s = 3000 (\text{kgf/cm}^2)$$

$$r^L = 1.0 (\text{cm})$$

ここで、 E : 弾性係数, ρ : 単位体積重量, σ_s : 許容応力度, r^L : 変位下限値, を表わしている。

まず、前述のトラスで、方法Ⅰ（提案法）を用いて最小重量設計を行なった結果 Table.1 で示すような結果を得た。そこで、方法Ⅱ（大久保論文³⁾）と比較してみると重量はわずかが

減少している。また、計算実行回数は、かなり短縮していることが解る。このときに、不必要な部材 (4,5,6,8,10) の各断面面積は、下限値の 1.0 cm² に収束した。

ここで、最小重量設計で得られた結果を用いて最大剛性設計を行なってみると、Table.2 で示すような結果を得た。これらと比較してみると、同じ制約条件によって決まった最小重量設計の解が、最大剛性設計の解と一致していることがわかる。

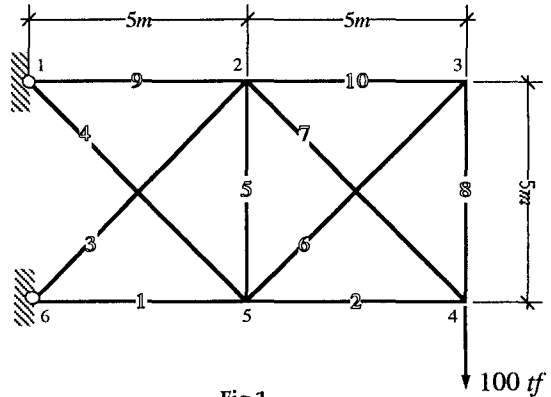


Fig.1

Table.1 10部材トラスの最適解と収束回数の比較

方法	Ⅰ		Ⅱ	
変位制限(cm)	3.0		3.0	
許容応力度(kgf/cm ²)	3000		3000	
初期値(cm)	100.0		100.0	
設計変数	A		A, σ , λ	
部材番号	断面積(cm ²)	応力度(kgf/cm ²)	断面積(cm ²)	応力度(kgf/cm ²)
1	67.3656	-1501.25	67.0000	1507.00
2	66.0228	-1498.76	65.8000	1506.00
3	93.3485	-1500.76	95.0000	1474.00
4	1.0000	1458.75	1.0000	
5	1.0000	-82.93	1.0000	
6	1.0000	-1341.47	1.0000	
7	93.3437	1499.19	93.5000	1497.00
8	1.0000	948.56	1.0000	
9	132.6490	1499.95	130.7000	1522.00
10	1.0000	948.56	1.0000	
最小重量(kgf)	2103.36		2103.5	
計算実行回数	92		168	

方法Ⅰ：提案法 方法Ⅱ：大久保論文³⁾

4. おわりに

ここでは感度係数特性式を用いることにより制約条件式を線形式に置換し、線形計画法を使って不静定トラス構造の最適設計を行った。その結果、同じ制約条件式の下で最小重量設計と最大剛性設計を行った場合、両設計における収束解は一致した。提案法はSLPと比較して計算量のうえにおいてまた ΔX に対する非負条件などの制約が少なく効率とえられる。

今後の課題として、他の非線形計画法との比較、計算効率の向上さらに他の構造形式への適用などを検討している。

Table.2

W(重量)=2103.36(kgf)	
断面積(cm ²)	
X1	67.3656
X2	66.0228
X3	93.3485
X4	1.0000
X5	1.0000
X6	1.0000
X7	93.3437
X8	1.0000
X9	132.6490
X10	1.0000

(参考文献)

- 1) 新延泰生、松井邦人、菊田征勇：「骨組構造物の応答感度係数の特性」土木学会論文集；1992.7
- 2) 内海芳則、新延泰生、榎本覚雄、小室和之：「トラス構造物の最小重量設計と最大剛性設計」土木学会第 48 回年次学術講演会概要集；1993.9
- 3) 大久保徳二、和多田泰男、大森久義：「エネルギー原理に基づく材料非線形トラス構造物の挙動の感度係数を用いた最適設計法に関する研究」土木学会論文集 No.507；1995.1