（I－4） 実際モデルを用いた構造物の座屈・安定解析

○ 中央大学　学生員　大越　靖広
中央大学　正員　川原　睦人

1 序論

構造物の安定性を調べることは、その構造物の挙動を知るうえで大変重要である。通常、構造解析をするときは微小変形の理論を用いるが、本研究のように座屈を考えるなど軸力が大きくなると、その影響が無視できなくなる。よって本研究では、軸力の影響を加味した大変形の理論が基礎となる。今まで、固有値問題による解析、変位を調べる解析、リヤプノフの安定理論による解析を行ってきたが、固有値問題によるもので十分に解析ができるいう結果を得た。ここでは、後者の方法も前者の解の信頼性を確かめるために用いている。ところで、1995年1月17日に発生した阪神大震災では、壊れるはずがないとされていた高速道路などの、主要な構造物が破壊してしまった。その中には柱が座屈してしまったものもあり、この原因を少しでも究明するべく、東京に実存する高速道路をモデル化して、解析を行なった。

2 基礎方程式と剛性方程式

2.1 基礎方程式

＜伸縮方向＞

$$EA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0 \tag{1}$$

＜曲げ方向＞

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial x^4}+N\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=0 \tag{2}$$

2.2 剛性方程式

一次の形状関数を (1) 式に、二次の形状関数を (2) 式に用いる。ここでは、(2) 式の軸力項のみを考え、重み関数をかけ要素内で積分する。これにより、つぎのマトリックスを得る。これは、幾何学的マトリックスと呼ばれているものである。

$$[K_N]=\begin{bmatrix} & & & & & \\ & p & q & & p' & q' \\ & q & r & & q' & r' \\ & & & & & \\ & p' & q' & & p & q' \\ & q & r' & & q' & r \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$p=\frac{6N}{5l}\quad q=\frac{N}{10}\quad r=\frac{2Nl}{15}$$

$$p'=-p\quad q'=-q\quad r'=p/4 \tag{5}$$

[K] については、省略する。

ここで、微小変形と大変形の理論を組み合わせると、次の式を得る。

$$\{F\}=[K+K_N]\{X\} \tag{6}$$

3 安定理論

3.1 固有値問題

(6) 式のシステムは次のように書き表せる。

$$\dot{x}=Ax \tag{7}$$

このシステムの安定性は、固有値の符号により判定される。

$$|\lambda E-A|=0 \tag{8}$$

ここで A の全ての固有値が負ならば、このシステムは安定である。

3.2 一般化固有値問題

このシステムにおいて剛性方程式は、一般化固有値問題として扱うことができる。

$$[K]\{x\}=\lambda[K_N]\{x\} \tag{9}$$

ここで求まる λ の最小値を接点外力に掛けることにより、座屈荷重を得る。

3.3 変位の調査による手法

式 (6) において、外力を徐々に増して行き、大きな変位を伴う接点荷重を探せばよい。

4 数値解析例

*Fig.*1 のラーメンのモデルを考える。

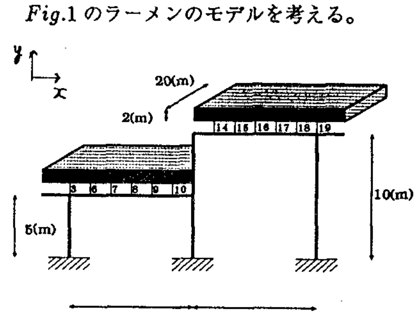

Fig.1

ここで、

$A=2.68\times10^{-2}\mathrm{m}^2$　　$I=3.56\times10^{-3}\mathrm{m}^4$

$E_s=2.1\times10^7\mathrm{tf/m}^2$

$w_s=7.85tf/m^3$　　$w_c=2.35tf/m^3$

また、死荷重は全体で次の様になる。

Dead load$=2\times20\times10\times2.35\times2=1880\fallingdotseq2000$(tf)

4.1 静的解析

4.1.1 一般化固有値問題

接点(3,6-10,14-19)に、全体で2000(tf)の外力を加えると、$1/\lambda$ の最大値が0.06685162となる。よって
2000/0.06685162=29917
で、座屈荷重29917(tf)を得る。

4.1.2 固有値問題

上と同じ接点に全体で29600(tf)の外力を加え徐々に増して行く。*Fig*.2の点は、各外力のときの固有値の最大値を表している。すなわちその値が正になったところで、システムが不安定になっていることを示している。

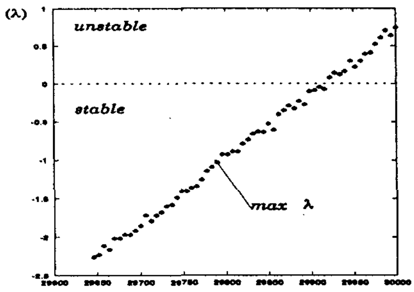

Fig.2

4.1.3 変位の調査による手法

上からの外力を徐々に増していったときの、接点3の x 方向の変位を表している。29920(tf)付近で大きな変位を伴っており、(6)式の比例関係が崩れているのがよく分かる。(*Fig*.3)

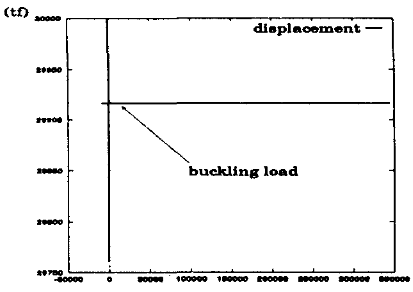

Fig.3

4.2 地震荷重時における解析

この解析では、固有値問題による結果のみを示す。(*Fig*.4)
各接点の *Mass* を考え、全ての接点に同じ加速度を与える。その加速度に *Mass* を掛け、その値を各接点に与える外力とする。すなわち、座屈荷重を座屈加速度に変換して解析を行う。ここでは、縦方向に200(*gal*)の上向きの加速度がかかったときの横方向の座屈加速度を求めている。

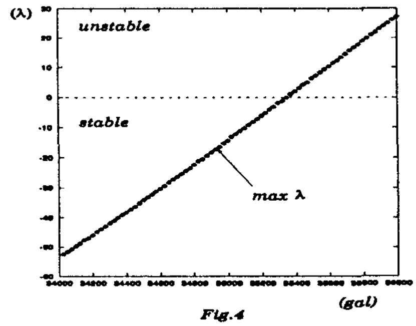

Fig.4

5 結論

静的解析において、3つの手法から求まる座屈荷重がよく一致した。よってこの解は信頼できるものと評価できるであろう。また、この座屈荷重は死荷重の10倍以上もあるので、よほどの活荷重がかからないかぎりこのシステムは安定であると言える。次に地震荷重時における解析だが、阪神大震災のときの横方向の最大加速度を1000(*gal*)としても、その35倍ほどの加速度まで耐えうるという結果を得た。しかし今回の解析は静的なものなので、いったん変位して偏心された後に、外力が掛かることが考慮されていない。また二次元で解析していることもその理由として挙げられるだろう。したがって三次元で動的な解析が必要であると考えられる。

参考文献

[1]T,Kawai, "Buckling Problems Analysis", Baifukan,(1974).
[2]Peter C.Muller, "Stability and Matrix",Springer-Verlag Tokyo,(1989).
[3]Peter C.Muller, "Solution of the Matrix Equation AX+XB=-Q and S^TX+XS=-Q", SIAM 18,682-687,(1970).
[4]Chen,C.F. and Shien,L.S., "A Note on Expanding PA+A^TP=-Q",IEEE Transact. Automatic Control Ac-13,122-123,(1968).