

(I - 3) 骨組構造物の最適補強設計に関する研究

東洋大学 学生員 ○水上 博

東洋大学 正会員 新延 泰生
(株)大東設計コンサルタント 正会員 榎本 覚雄

1 はじめに

本研究ではトラス構造物を取り上げ、部材の劣化に対する有効な補強方法（部材断面の最適な分配法）について数値解析を行ったものである。部材の劣化を扱うにおいて、ここでは部材断面積の様な減少として表現することにしている。また最適値は最小重量設計、最大剛性設計によって決定する。これは、感度係数特性を用いて制約条件式を線形化した線形計画法である。

2 感度係数特性を用いた最適化問題の定式化

(I) 最小重量設計

ある形状のトラス構造物においてその重量を W とし、各部材力および変位を許容値の満足する範囲で最小化するように各断面積 A_i を定める。定式化を以下に示す。

$$W = \sum_{i=1}^n l_i \rho_i A_i \rightarrow \min$$

subject to

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial A_i} \right]^k A_i^{k+1} \leq \sigma_a - 2\sigma_j^k \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial r_j}{\partial A_i} \right]^k A_i^{k+1} \leq r_a - 2r_j^k \quad (j=1,2,\dots,m)$$

(II) 最大剛性設計

ある形状の構造物において、与えられた重量、体積のもとでその剛性を最大にするというものである。全ひずみエネルギーが荷重による外力仕事に等しいことに着目し、これを最大にする式を目的関数として剛性の最大化を図るものである。次のように定式化する。

$$U = -\sum_{j=1}^m \frac{P_j}{2} \left[\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial r_j}{\partial A_i} \right]^k A_i^{k+1} \right] \rightarrow \max$$

subject to

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \sigma_j}{\partial A_i} \right]^k A_i^{k+1} \leq \sigma_a - 2\sigma_j^k \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial r_j}{\partial A_i} \right]^k A_i^{k+1} \leq r_a - 2r_j^k \quad (j=1,2,\dots,m)$$

$$W = \sum_{i=1}^n l_i \rho_i A_i$$

以上の定式化により LP で断面積を求め、その断面積で感度係数を求め、再び LP を行うといった繰り返し計算を解が収束するまで行う。また収束途中で最適解が存在する事があるので、この場合は目的関数の変化によって最適解を決定する。

3 補強解析

図1に示すように、初めに最小重量設計を行い最適な部材断面積 A_i と総重量 W を求めて基準となるモデルを決定する。その後は荷重 P を活荷重 P_L と死過重 P_D に分けて考える。それは補強が死荷重に対しては不可能であり、 P_D による応答を各条件式の許容値から差し引く必要があるためである。従って P_D と部材欠損後の断面積 A'_i による応答値 σ'_D, r'_D を全体の許容値から差し引くと σ'_L, r'_L を得る。これらの値と補強重量 $W + \alpha$ （モデル総重量に対する添加重量分の比）を用いた最大剛性設計によって得られる値が最適補強設計となる。また最大剛性設計の下限値制約として、基準モデルの設計断面積と欠損後の断面積を与える。

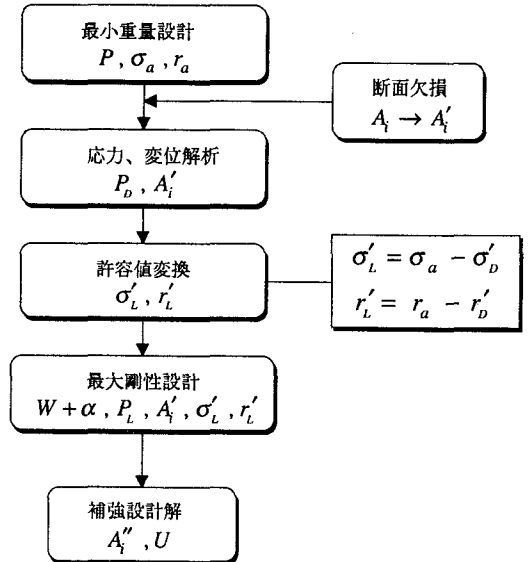


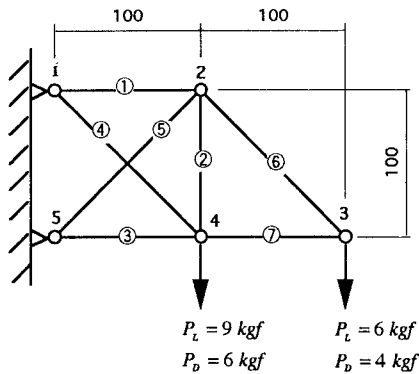
図1 解析の流れ

4 数値解析

a) モデル 第5部材 30%欠損

許容応力 $\pm 2500 \text{ kgf/cm}^2$ $E = 3.0 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$

変位制約 $\pm 0.1 \text{ cm}$ $\rho = 0.00786 \text{ kgf/cm}^3$



b) 最小重量設計

設計断面積	(cm^2)
A1	60.627
A2	1.000
A3	46.762
A4	14.814
A5	44.082
A6	41.523
A7	29.361
Wmin	219.895 kgf

表1 収束結果 (最小重量設計)

表1は計算の結果である。このときのアクティブな制約条件式は変位制約になっている。このモデルを基準として計算を進める。

c) 最小補強設計

死荷重が常に載荷された状態における部材の欠損により、すべての制約を満たすためには欠損体積分以上の断面補強が必要である。そこで最小重量設計と最大剛性設計に等価性が認められていることから、死荷重により変換された許容値を用いた最小重量設計を行えば設計可能な最小限必要な重量(体積)であることが言える。結果を表2に示す。

設計断面積	(cm^2)
A1	65.252
A2	1.000
A3	49.381
A4	14.814
A5	47.449
A6	44.678
A7	31.592
Wmin	234.592 kgf

表2 収束結果 (最小補強設計)

d) 補強設計 (最大剛性設計)

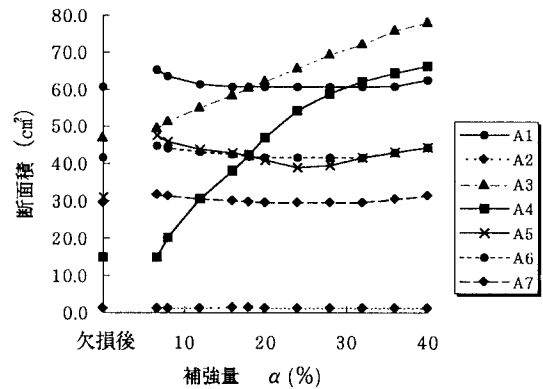


図2 補強量による断面積の変化

図2は補強量を最小補強可能量に相当するモデル総重量の6.68%から40%まで変化させて最大剛性設計を行った結果である。図から明かなように、全ひずみエネルギーを最小にさせる設計断面は比例配分ではない。以上の結果から今回提案する設計方法の有効性が認められる。

5 おわりに

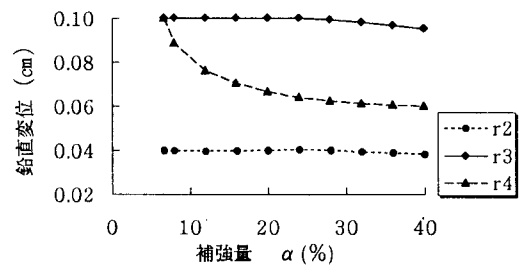


図3 補強量による各鉛直変位の変化

今回の解析においてアクティブな制約条件である変位制約に着目する。図3は補強における各節点の鉛直変位の変化を表している。補強率が約24%以下の時は常に節点3の変位制約に制限され、それ以上になったときの同変位制約には若干の余裕ができて載荷荷重の増加が見込まれる。変位が全体的に減少しないのは、剛性の定義がモデル全体のひずみエネルギーを最小にすることとしているからである。

(参考文献)

- 1) 新延、松井、菊田：骨組構造の応答感度係数特性
土木学会論文集 No.450/I20, pp.75-83, 1992.7
- 2) Uri Kirsch, 山田ほか監修：最適構造設計
丸善 1983.10
- 3) 内海、新延：トラス構造の最小重量設計と最大剛性設計
第48回年次学術講演会講演概要集