

武蔵工業大学

学生会員 田辺 修

武蔵工業大学土木工学科

正会員 片田 敏行

武蔵工業大学土木工学科

正会員 末政 直晃

1. はじめに

修正個別要素法では、連続体は要素の集合体とそれらをつなぐ要素パネ（要素の変形状況を表す）と間隙パネ（連続体の非線形性を表す）でモデル化される。間隙パネは線形で限界変位を越えたとき切断させることによって、連続体の非線形性が表される。これに対して、本研究で用いるミンドリンモデルでは、要素自体が変形する弾性球が使われている。このとき、弾性球間の変形特性はミンドリンによって定式化されている。このモデルの最大の特徴は連続体の物性であるヤング率とポアソン比が、パネ係数に置き換えることなく、そのまま使われていることにある。

著者らは、これまでにこのモデルを用いた多数球の変形解析例を発表してきた。^{1) - 3)} 本研究では、拘束圧の加え方に関する基礎的検討として、9球の集合体に水平方向と垂直方向に等しい応力を載荷したときの変形解析の結果について報告する。

2. ミンドリン理論の概要

(1) ヘルツ理論式

ヘルツ理論とは接触している2弾性球間に圧縮力としての法線方向力Nが作用している時の圧縮量、すなわち接触深さ α を理論的に算出したものである。2つの弾性球の半径 R_1, R_2 、ポアソン比 ν_1, ν_2 、ヤング率 E_1, E_2 とすると接触半径 a 、接触深さ α は次式で表される。

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4} N (K_1 + K_2) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \quad \alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{16} N^2 \frac{(K_1 + K_2)^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2}}, \quad K_n = \frac{1 - \nu_n}{E_n}, \quad \mu_n = \frac{E_n}{2(1 + \nu_n)}, \quad n=1, 2$$

(2) ミンドリン理論式

ヘルツ理論式を発展させ、せん断力の接線方向力Tを考慮した2球のずれ動いた量の力と変形関係を論じたものがミンドリン理論である。摩擦係数を f とすると接線方向力Tと変位 δ の関係式は次式で表される。力～変位曲線を図-1に示す。

$$\begin{aligned} \delta_+ &= -\frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{T}{fN} \right)^{2/3} \right\} \cdots \text{OP経路} \\ \delta_- &= -\frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a} \left\{ 2 \left(1 - \frac{T^* - T}{2fN} \right)^{2/3} - \left(1 - \frac{T^*}{fN} \right)^{2/3} - 1 \right\} \cdots \text{PRS経路} \\ \delta_+^* &= -\frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a} \left\{ 2 \left(1 - \frac{T^* + T}{2fN} \right)^{2/3} - \left(1 - \frac{T^*}{fN} \right)^{2/3} - 1 \right\} \cdots \text{SUP経路} \\ \delta_-^* &= -\frac{3(2-\nu)fN}{16\mu a} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{T}{fN} \right)^{2/3} \right\} \cdots \text{OS経路} \end{aligned}$$

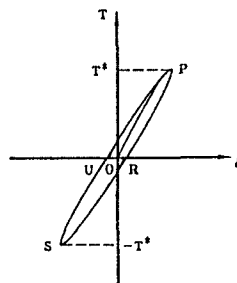


図-1 力～変位関係

上式は垂直力一定の下でせん断力を単調増加した場合で垂直力およびせん断力がともに変化する場合は、過去の荷重履歴と合成することにより相対変位増分とせん断力増分の関係式を導く。

3. 数値解析に用いたモデルとパラメータ

変位の算出はニュートンの第2法則を用いて加速度を求めてから、加速度を積分して求める。この変位をそれぞれの球の中心に加えて生じた接触深さから、ヘルツ理論とミンドリン理論を用いて垂直力N、せん断力Tを求めて力の合成を行う。9球体は緩詰め状態（6角形配置、図-2(a)）、密詰め状態（4角形配置、図-2(b)）である。数値解析に用いた物性値と解析条件を表-1に示す。

表-1 解析に用いた物性値と解析条件

単位体積重量	: (gf/cm^3)	2.5
拘束力	: $F(\text{N})$	1×10^{-3}
摩擦係数	: f	0.8
ポアソン比	: ν	0.4
ヤング率	: $E_0(\text{kgf}/\text{cm}^2)$	4200
球要素半径	: $R(\text{cm})$	0.02
解析の時間刻み	: $\Delta t(\text{sec})$	1×10^{-6}

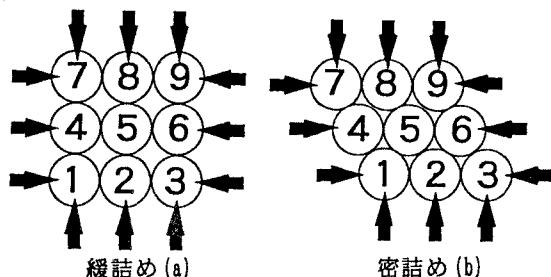


図-2 解析に用いた粒状体モデル

4. 解析結果

解析によって得られた9球体の圧縮応力～圧縮ひずみ曲線を図-3（緩詰めモデル）、図-4（密詰めモデル）に示す。また、ひずみの増加にともなうヤング率の変化を図-5（緩詰めモデル）、図-6（密詰めモデル）に示す。球の変形の様子を図-7に示す。

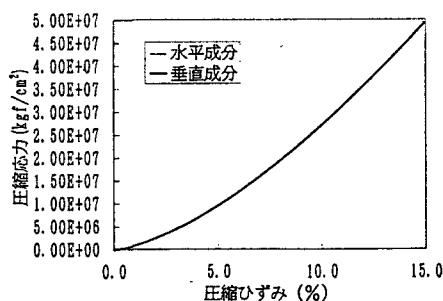


図-3 圧縮応力～圧縮ひずみ関係
（緩詰めモデル）

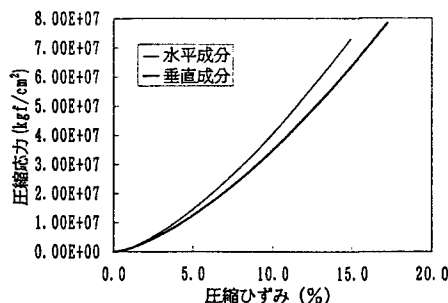


図-4 圧縮応力～圧縮ひずみ関係
（密詰めモデル）

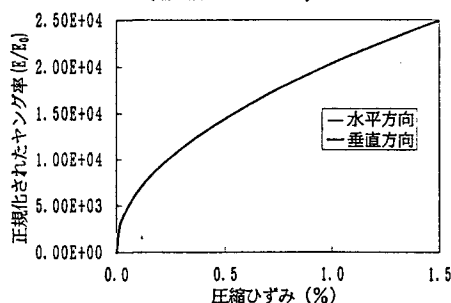


図-5 ヤング率～圧縮ひずみ関係
（緩詰めモデル）

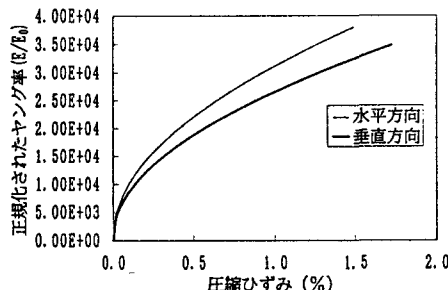


図-6 ヤング率～圧縮ひずみ関係
（密詰めモデル）

5. 考察

まず、図-7で変形状況を見ると緩詰めモデルは、水平方向、垂直方向に同じように変形している。これに対し、密詰めモデルでは水平方向よりも垂直方向へ若干大きく変形している。これは垂直方向では球がずれて配置されているためである。圧縮応力～圧縮ひずみ関係（図-3、4、）では、ひずみとともに応力が大きくなるハードニングの傾向を示す。しかし、密詰めモデルでは水平方向に比較して、同じ応力を示すには垂直方向では大きなひずみを要する。ひずみの増加にともなうヤング率の変化（図-5、6）ではひずみが大きくなるとともにヤング率が増加している。密詰めモデルの垂直方向はずれて配置されているため水平方向に比較して同じひずみ量でもヤング率が小さい。いずれにしても、球同士が食い込むにつれて球間のヤング率が大きくなる現象が生じている。

<参考文献>

1) 五味, 片田: 変形する球を用いた粒状体の変形解析, 第28回土質工学研究発表会概要集, D-6, p. 511-512. 2) 喜多, 五味, 片田: ミンドリンモデルで表現された多数球体の変形解析, 土木学会第48回年次学術講演会概要集, III-569, pp. 1192-1193. 3) 片田, 喜多, 末政: 変形する球を用いた多球体の変形解析, 土木学会第49回年次学術講演会概要集, III-425, pp. 840-841

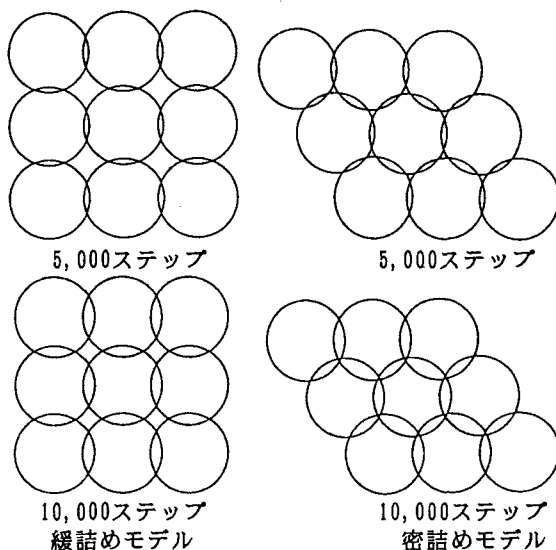


図-7 球の変形図