(Ⅱ －23)　最適制御理論を用いたダム水門による洪水制御問題

○中央大学　学員　照井　太一
中央大学　学員　佐々木　建一
中央大学　正員　川原　睦人

1　はじめに

現在、我が国では発電、洪水調節、灌漑などの目的で多くのダムが建設されている。多目的ダムのような複数の異なる目的でダムが機能するためには従来のように過去の経験やデータに重点を置く水門の調節方法ではなく、降雨量から洪水波形を予測し、それに対応する最適な操作で放流する必要がある。

本研究では最適制御理論を導入し、貯水池内での水位を押さえるような最適な放流量を求める。水理モデルは線形の浅水長波方程式を用い、有限要素法を適用し、その現象を明らかにする。

2　基礎方程式

貯水池内の水面の挙動を表すのに、線形の浅水長波方程式を用いる。

$$\dot{q}_i + gh\zeta_i = 0 \tag{1}$$

$$\dot{\zeta} + q_{i,i} = 0 \tag{2}$$

ここで、q: 単位幅流量、ζ : 水位変動量、g : 重力加速度、h は水深を表す。

3　有限要素法

通常のガレルキン法にしたがって、重み付き残差方程式の誘導を行ない、三角形一次要素をもちいて空間方向の離散化を行なえば、以下のような有限要素方程式がみちびかれる。

$$[M]\{\dot{x}\} + [H]\{x\} = \{0\} \tag{3}$$

状態ベクトルと係数マトリックスは次のように表される。

$$\{x\} = \left\{ \begin{array}{c} q_x \\ q_y \\ \zeta \end{array} \right\}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_{\alpha\beta}] & & \\ & [M_{\alpha\beta}] & \\ & & [M_{\alpha\beta}] \end{bmatrix}$$

$$[H] = \begin{bmatrix} & & gh[S_{\alpha\beta x}] \\ & & gh[S_{\alpha\beta y}] \\ [S_{\alpha\beta x}] & [S_{\alpha\beta y}] & \end{bmatrix}$$

$$[M_{\alpha\beta}] = \int_\Omega (\Phi_\alpha \Phi_\beta) d\Omega \qquad [S_{\alpha\beta i}] = \int_\Omega (\Phi_\alpha \Phi_{\beta,i}) d\Omega \tag{4}$$

ここで、Φ は一次の形状関数である。

時間方向の離散化を行なうために、２段階陽的解法を用いる。解析時間を微小時間増分量で分割し、逐次時間毎に流量と水位変動量を求める。

4　最適制御理論

最適制御問題とは、「状態方程式のもとで、初期点を終端条件を満たす終端点に移す制御ベクトルの中で、微分方程式の解に沿って評価関数を最小にする最適な制御ベクトルを求めよ。」ということである。

貯水池内の水位変動量を低くすることを目標として次のような評価関数を設定し、これを最小化することを考える。

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} (\{\zeta\}^T[Q]\{\zeta\} + \{u\}^T[R]\{u\})dt \tag{5}$$

ここに、t_0: 制御の始端時間、t_f: 制御の終端時間、[Q],[R]: 重み係数行列、である。

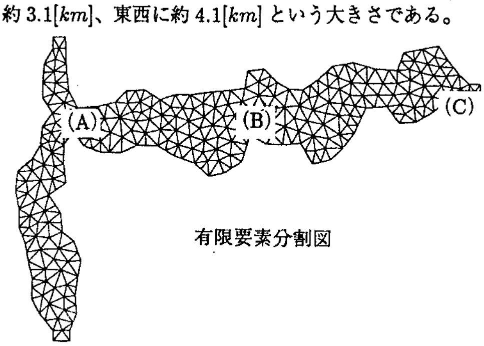
ラグランジュ乗数を導入してハミルトン関数を定義し、変分問題の最適制必要条件であるオイラー方程式と、終端条件が規定される横断条件からラグランジュ乗数を逆時間方向に２段階陽的解法によって求める。

5　共役勾配法

最適制御問題において、設定した評価関数を最小にするような操作量を求める解法として、共役勾配法を用いる。これは、ラグランジュ乗数を用いて評価関数の勾配を計算し、それから定める探索方向と、直線探索アルゴリズムによって得られるステップ幅から操作量を計算する。そして、この手順を繰り返し、操作量を修正しながら評価関数を最小化してゆく方法である。

6　数値計算例

下図は寒河江ダムの貯水池の有限要素分割図で, 南北に約 3.1[km]、東西に約 4.1[km] という大きさである。



有限要素分割図

Δt は 1.0[sec]、時間ステップは 9,000[$steps$] で 150[sec] の制御時間となる。評価関数における [Q] と [R] はそれぞれ 1.0、0.001 を対角要素とする行列である。すべての節点における初期条件は流量、水位変動量とも全節点について 0 とする。ダムの西部において南北から 2 本の川がつながっていて、そこから図 1 のような時間変化をする流量が流入すると仮定する。図 2 において、点線は制御しない場合、つまり入ってきた流量をそのまま流出させる状態を示し、実線は繰り返し計算によって得られた放流量を示している。図 3 、4 、5 では、分割図中で示された点での、その 2 つの場合の水位変動量を示している。

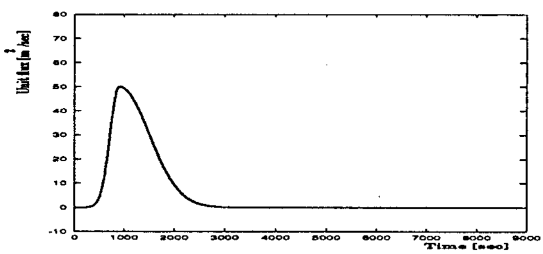


図 1: 流入流量

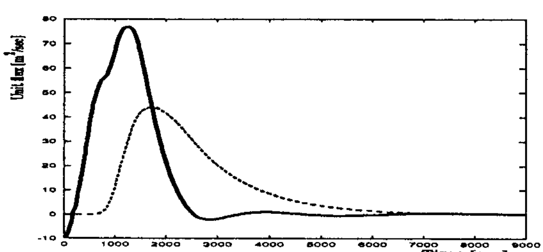


図 2: 放流量

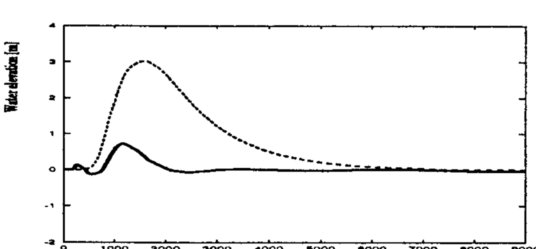


図 3: 水位変動量（A）

7 今後の課題

• 本研究では予め制御対象時間内の全ての外力がわかっているとして、その 2 点境界値問題を解いた。しかし、現実

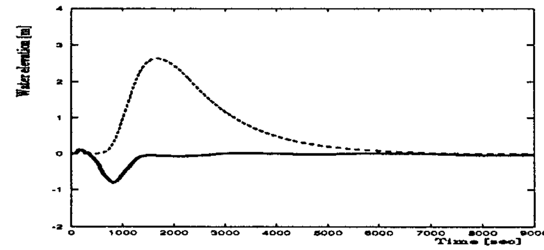


図 4: 水位変動量（B）

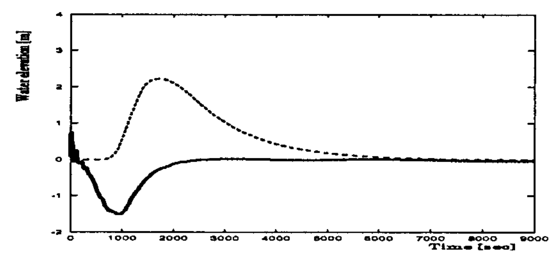


図 5: 水位変動量（C）

的に洪水の流入量が概知であるということは難しく、今後は、上流の雨量を情報として放流量を決定する手法を用いることで、より現実に近いモデルになると思われる。

参考文献

[1] 嘉納秀明、システム最適理論と最適化、コロナ社、1987

[2] 嶋田芳朗　川原睦人、ダム放流量の制御解析に関する研究、中央大学土木工学科修士論文、1993

[3] 今井剛、最適制御法を用いた水質制御解析、中央大学土木工学科修士論文、1993