

○ 中央大学 学員 蜜石 一太
 中央大学 正員 安重 晃
 中央大学 正員 川原 陸人

1 はじめに

海洋現象を解析する際、数値解析には浅水長波方程式がよく用いられる。その運動方程式には、エネルギーの減衰係数である渦動粘性係数と海底摩擦係数が含まれており、流れの挙動に少なからず影響を与えている。そこで海洋現象を解析するに至り、減衰係数を求める必要がある。そこで本研究では、観測点データを元に共役勾配法の一つである Fletcher-Reeves 法を用いて、その減衰係数を同定することを目的とする。2つのパラメータを同時に同定することは非常に困難であるので、同定方法として、まず渦動粘性係数を固定して海底摩擦係数を同定し、さらに同定された海底摩擦係数を固定して渦動粘性係数を同定する方法をおこなった。さらに、ステップ幅 α を2種類の方法で求め、比較検討もしてみた。

2 基礎方程式

2次元の非線形浅水長波方程式を総和規約を用いると以下のようにになる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j u_{i,j} + g \eta_{i,j} - \nu (u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} + \frac{\tau}{H} (u_k u_k)^{\frac{1}{2}} u_i = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \{(h + \eta) u_i\}_{,i} = 0 \quad (2)$$

ここで u_i , g , η , ν , τ , H , h はそれぞれ $x_i (i=1,2)$ 軸方向の流速、重力加速度、水位変動量、渦動粘性係数、海底摩擦係数、各要素内における平均水深そして水深を表す。

3 有限要素方程式

(1),(2) 式を重み付き残差方程式に変形し、三角形一次の内挿関数を仮定し、ガレルキン法を適用して有限要素方程式を導くと以下のようにになる。

$$M_{\alpha\beta} u_{\beta i} + K_{\alpha\beta\gamma j} u_{\beta j} u_{\gamma i} + g H_{\alpha\beta i} \eta_{\beta} + \nu L_{\alpha\beta j} u_{\beta j} + \nu N_{\alpha\beta i} u_{\beta j} + I_{\alpha\beta} \frac{\tau}{H} (u_{\beta k} u_{\beta k})^{\frac{1}{2}} u_{\beta i} = \sum_{\alpha i} \quad (3)$$

$$M_{\alpha\beta} \eta_{\beta} + B_{\alpha\beta\gamma i} (h_{\beta} + \eta_{\beta}) u_{\gamma i} + C_{\alpha\beta i} (h_{\beta} + \eta_{\beta}) u_{\beta i} = 0 \quad (4)$$

なお時間方向に対する離散化は、2段階陽解法を適用する。

4 パラメータ同定

本研究では、共役勾配法でパラメータ同定を行なう。

4.1 評価関数

評価関数は、水位変動量の観測値と計算値の残差の平方和で以下のように表す。

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{\tilde{\eta}_{\mu}(t) - \eta_{\mu}(t)\}^T [S] \{\tilde{\eta}_{\mu}(t) - \eta_{\mu}(t)\} dt \quad (5)$$

ここで、 $\tilde{\eta}_{\mu}$ は観測点 μ における水位変動量の観測値、 η_{μ} はその点に対する水位変動量の計算値を表す。また $[S]$ は重み行列を表し、本研究においては単位行列とした。

4.2 感度行列

本研究では、共役勾配法を用いる為、感度行列を求める必要がある。そこで、(3),(4) 式をパラメータで微分し、それを時間方向に離散化(2段階陽解法)することにより感度行列は求めることができる。

4.3 ステップ幅 α

d を探索方向とするとステップ幅 α は、評価関数 $J(\nu + \alpha d)$ を最小にする α である。本研究では直線探索法の一つである放物線近似法による求め方と、評価関数 $J(\nu + \alpha d)$ をテューラー展開してから最小の α を求める求め方の2通りの方法で行なった。

4.4 アルゴリズム

渦動粘性係数を同定するためのアルゴリズムを以下に示す。

1. 初期値 ν^0 と収束判定数 ε を与える。(i=0)
2. 水位 $\eta_{\mu}^0(\nu^0, t)$, 感度 $\frac{\partial \eta_{\mu}^0}{\partial \nu}$ および評価関数 $J(\nu^0)$ を計算。
3. $\frac{\partial J(\nu^0)}{\partial \nu}$ を計算し、 $d^0 = -\frac{\partial J(\nu^0)}{\partial \nu}$ と設定。
4. $J(\nu^i + \alpha^i \cdot d^i)$ が最小となる α^i を求める。
5. 新しいパラメータを $\nu^{i+1} = \nu^i + \alpha^i \cdot d^i$ により計算。
6. 水位 $\eta_{\mu}^{i+1}(\nu^{i+1}, t)$, 感度 $\frac{\partial \eta_{\mu}^{i+1}}{\partial \nu}$ を求め、評価関数 $J(\nu^{i+1})$ を計算。
7. $|J(\nu^{i+1}) - J(\nu^i)| < \varepsilon$ ならば終了、でなければ次のステップへ。
8. 勾配 β^i を計算。
9. $d^{i+1} = -\frac{\partial J(\nu^{i+1})}{\partial \nu} + \beta^i \cdot d^i$ を計算。
10. 繰り返し回数を $i = i + 1$ として4へ戻る。

海底摩擦係数の場合も同様に行なう。

5 東京湾での解析結果

数値解析例として、東京湾における解析を行なう。Fig.1では東京湾の有限要素分割図（節点数685、要素数1216）と観測地点、Fig.2では領域分割図を示す。流入条件として開境界に振幅0.42m、周期12.42時間の正弦波を与え、陸岸条件では完全反射の条件を適用する。初期条件として $t = 0$ のとき $u = v = \eta = 0$ とした。数値計算には、 $\Delta t = 15\text{sec}$ 、ランピングパラメータ $e = 0.9$ 、収束判定数 $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-4}$ を用いた。

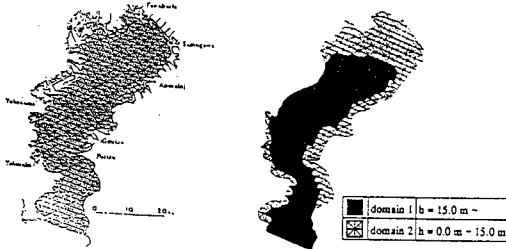


Fig.1 有限要素分割図

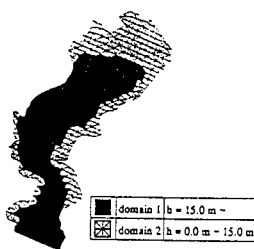


Fig.2 領域分割図

CASE 1; 本CASEでは、ステップ幅 α を放物線近似法で求める方法を用いている。領域分割は、domain 1が0m~15mでdomain 2が15m~に分割(Fig.2参照)。各領域に渦動粘性係数($\nu_1 = 100.0\text{m}^2/\text{s}$, $\nu_2 = 500.0\text{m}^2/\text{s}$)を与えて固定し、 $\tau_1 = \tau_2 = 0.0$ を初期値として海底摩擦係数を同定。ここで、海底摩擦係数の収束状況をFig.3に示す。次に、同定された海底摩擦係数($\tau_1 = 0.0013$, $\tau_2 = 0.0168$)を固定し、 $\nu_1 = \nu_2 = 0.0$ を初期値として渦動粘性係数を同定。渦動粘性係数の収束状況をFig.4に示す。Fig.5は、横須賀と富津における同定されたパラメータを用いた順解析結果と観測データを比較したものである。

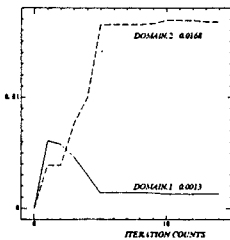


Fig.3 海底摩擦係数の収束状況

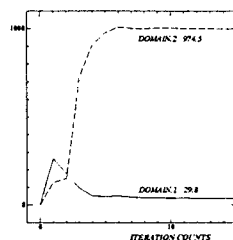


Fig.4 渦動粘性係数の収束状況

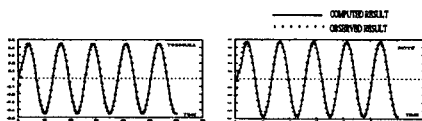


Fig.5 順解析結果と観測データの比較

CASE 2; 領域分割、計算方法はCASE 1と同様の条件で行なうものとする。ただし、ステップ幅 α の求め方を、評

価関数 $J(\nu + \alpha d)$ をテラー展開したものを α で微分することにより求める方法を用いている。ここで、海底摩擦係数の収束状況をFig.6に、渦動粘性係数の収束状況をFig.7に示す。Fig.8は、横須賀と富津における同定されたパラメータを用いた順解析結果と観測データを比較したものである。

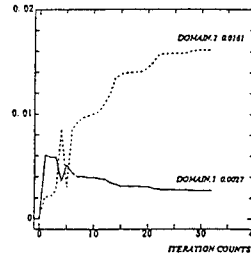


Fig.6 海底摩擦係数の収束状況

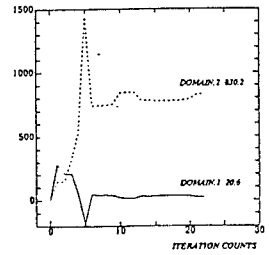


Fig.7 渦動粘性係数の収束状況

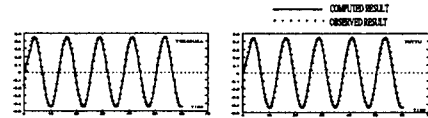


Fig.8 順解析結果と観測データの比較

6 おわりに

CASE 1とCASE 2の同定結果はほぼ同等の数値結果が得られた。またFig.5とFig.8より、数値結果もまずまずのものが得られたと思われる。CASE 1とCASE 2の比較検討を行なうと、

- CASE 1の方がCASE 2よりも、同定結果の収束状況が良い。
- CASE 1の方がCASE 2よりも、計算時間がかかる。

という点が挙げられる。以上より、計算時間はかかるが収束状況の良いCASE 1の方が、CASE 2よりも適している手法だと考えられる。

今回は領域分割を2領域で行なってきたが、今後3、4領域に増やしていき、その同定結果を比較していきたい。また領域を増やした際、開境界の潮汐の与え方に問題が生じるので、その辺りに検討の余地があるのではないかとわれ、今後の課題としていきたい。

参考文献

- [1] K.Matsumoto and M.Kawahara: Parameter Identification of Bottom Friction and Eddy Viscosity of Tidal Flow in Tokyo Bay,1993
- [2] R.Goda and M.Kawahara: A Fundamental Study for Parameter Identification of Tidal Flow,1992
- [3] 嘉納秀明: システムの最適理論と最適化、p53-p86、コロナ社
- [4] 服部昌太郎: 海岸工学、p13-p122、コロナ社