

(I - 31) 非圧縮粘性流れの数値解析における高精度化及び高速化に対する検討

中央大学 学生員 ○奥田 英雄
中央大学 学生員 猪股 渉
中央大学 学生員 前田 晃一
中央大学 正員 檜山 和男

1. はじめに

本報告では、非圧縮粘性流れ解析において高精度化及び高速化を図るために要素選択、時間方向の離散化精度、閉塞率、流出境界の設定位置について考察を行った。なお、数値解析手法としては3段階テイラーガラーキン法^[1]を用いた。

2. 基礎方程式

基礎方程式として Navier-Stokes の運動方程式を (1) 式に、非圧縮性流体の連続式を (2) 式に示す。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (1)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

ここに、 u は流速、 p は圧力、 Re はレイノルズ数を示す。

3. 3段階テイラーガラーキン有限要素法

(1) 式と (2) 式において分離型解法の一つである流速修正法を用い、時間方向の離散化として3段階テイラーガラーキン法、空間方向にはガラーキン法を適用する。

1st step

$$M\tilde{u}^{n+\frac{1}{3}} = Mu^n - \frac{\Delta t}{3} \{ Ku^n + \frac{1}{Re} Su^n \} \quad (3)$$

$$Mu^{n+\frac{1}{3}} = M\tilde{u}^{n+\frac{1}{3}} - \frac{\Delta t}{3} Hp^n \quad (4)$$

2nd step

$$M\tilde{u}^{n+\frac{2}{3}} = Mu^n - \frac{\Delta t}{2} \{ Ku^{n+\frac{1}{3}} + \frac{1}{Re} Su^{n+\frac{1}{3}} \} \quad (5)$$

$$Mu^{n+\frac{2}{3}} = M\tilde{u}^{n+\frac{2}{3}} - \frac{\Delta t}{2} Hp^n \quad (6)$$

3rd step

$$M\tilde{u}^{n+1} = Mu^n - \Delta t \{ Ku^{n+\frac{2}{3}} + \frac{1}{Re} Su^{n+\frac{2}{3}} \} \quad (7)$$

$$Ap^{n+1} = -\frac{1}{\Delta t} \tilde{u}^{n+1} \quad (8)$$

$$Mu^{n+1} = M\tilde{u}^{n+1} - \Delta t Hp^{n+1} \quad (9)$$

ここに M 、 K 、 H 、 S 、 A は係数マトリックスである。

4. 検討事項

4.1 要素選択

解析には正方形キャビティー内流れを取り上げ、三角形要素及び四角形要素を用いた。係数マトリックスを三角形は面積積分、四角形は数値積分と解析的積分^[2]を用いて積分を行い比較検討した。図-2 より二次元解析においては、三角形要素が計算時間の面で有利だと言える。

4.2 時間の離散化精度

二次元円柱周り流れの解析において、一段階法から四段階法までの四つの手法を用い比較を行った。解析に用いたメッシュは、閉塞率5%、円柱から出口境界までの距離 L_d を16dとした。各手法において安定して計算できる最大のもを最大無次元時間増分量 Δt として表-1に示す。また、INDY R4400 を用い Reynolds 数1000において、無次元時間 $T=10$ まで計算に要した CPU 時間の比較も表-1に示す。三段階法において最も効率よく計算出来ることがわかる。

4.3 閉塞率に対する検討

二次元円柱周り流れの数値解析において、解析領域の閉塞率 d/B を5%、10%、15%の3通りの場合を考え、Reynolds 数を変化させ、解析結果に与える影響を考察した。円柱の中心から入口境界までの距離 L_f を6d、出口境界までの距離 L_b を16dとどの場合も一定であり、円柱まわりの境界層要素分割数は全て2分割とした。解析により得られた無次元時間100から300までの抗力係数の平均値と揚力係数によるストローハル数を図3に示し、閉塞率による抗力係数と揚力係数の振幅を表-2,3に示す。Reynolds 数が高くなれば、閉塞率の影響は小さくなる。また、閉塞率が大きいくほど抗力係数、揚力係数の振幅は大きくなる事がわかる。

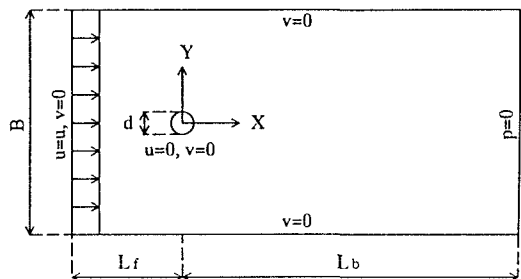


図-1 計算条件

4.4 流出境界の設定位置に対する検討

閉塞率 5 % において流出境界の設定位置 L_b を変化させ、円柱に対する特性値への影響を考察した。Reynolds 数 1000 の抗力係数とストローハル数を表-4 に示す。 L_b は 20d 程度に設定すれば十分であり、20d 以上にしても特性値の変化はないと言える。

5. 結論

本報告において、解析条件が数値解析結果に与える影響を明らかにした。結果をまとめると以下ようになる。

◆ 3 段階テイラーガラーキン法を用いることにより高精度化及び高速化を図ることが可能となった。

◆ 四角形要素では、解析的積分を用いる事により大幅に計算時間を短縮できる。

◆ 二次元計算においては、四角形要素に比べ三角形要素の方が効率良く計算できる。

◆ 数値解析に用いる閉塞率は 5 % 程度にするのが望ましい。

◆ 数値解析において流出境界の設定位置 L_b を 20d 以上とした場合では円柱に対する影響は無いと考えられる。

今後、さらに信頼性の高い解析条件の検討を行うことが必要であると考えられる。

表-1 Reynolds 数 1000 のおける各手法の比較

手法	一段階	二段階	三段階	四段階
Δt_{max}	0.001	0.008	0.013	0.014
CPU 時間 (秒)	7550	2753	2023	2114
抗力係数	1.642	1.610	1.543	1.543
ストローハル数	0.269	0.256	0.256	0.256

表-2 抗力係数の振幅

Reynolds 数	100	200	300	500	1000
d/B 5 %	0.023	0.102	0.184	0.289	0.413
d/B 10 %	0.024	0.108	0.186	0.286	0.506
d/B 15 %	0.030	0.123	0.200	0.307	0.521

表-3 揚力係数の振幅

Reynolds 数	100	200	300	500	1000
d/B 5 %	0.752	1.520	2.030	2.503	2.840
d/B 10 %	0.759	1.578	2.106	2.592	3.194
d/B 15 %	0.920	1.694	2.146	2.608	3.317

表-4 後流 L_b による特性値

L_b	10d	16d	20d	30d
抗力係数	-	1.543	1.537	1.537
ストローハル数	-	0.256	0.250	0.250

※ 表中の - は overflow したものである。

参考文献

- [1] C.B.Jiang, K.Hatanaka, M.Kawahara and K.Kashiyama: A Three-Step Finite Element Method for Convection Dominated Incompressible Flow, Computational Fluid Dynamics Journal, vol.1 no.4, pp447-466, 1993
- [2] A.Mizukami : Integration formulas for a 4-node isoparametric element , COMPUTER METHOD IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING 59 , (1986)
- [3] 岡内 功, 伊藤 学, 宮田 利雄: "耐風構造", 丸善

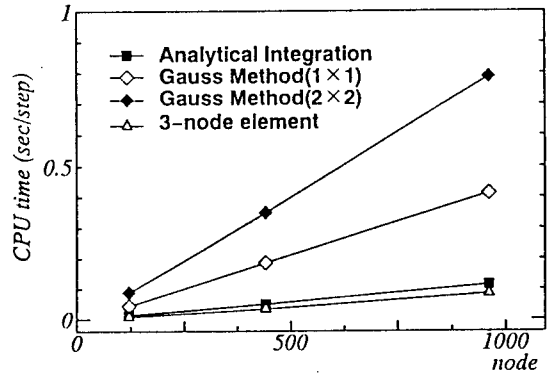


図-2 CPU 時間の比較

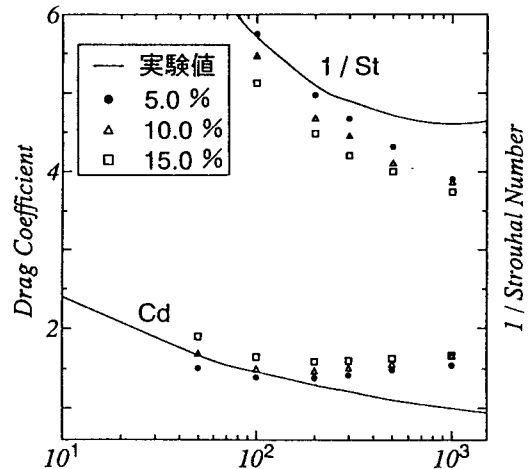


図-3 抗力係数とストローハル数