

○ 中央大学 学員 矢田 嘉毅
 中央大学 学員 丸岡 晃
 中央大学 正員 川原 睦人

1 はじめに

近年、電子計算機の技術の発達に伴ない計算速度が大幅に向上され、また、それに平行して数値解析手法も高度化されつつある。そして、計算容量が増大したこともあって、本来3次元性が考慮されるべき物体周りの流れなどに3次元解析が可能となった。

本研究は、角柱周りの3次元流れ解析を行うことを目的とし、また、2次元解析との比較検討を行う。そこで、流体の圧縮性を考慮するために音速法を用い、四角形六面体要素による有限要素法解析を行う。また、時間方向の離散化に対しては、3段階陽的解法を適用し計算の安定化を図る。

2 基礎方程式

連続式は、音速法により導くと、次式のように表される。

$$\dot{p} + u_i p_{,i} + \rho c^2 u_{i,i} = 0, \quad c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (1)$$

また、運動方程式として Navier-Stokes の式を用いると、次式のように表される。

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + \frac{1}{\rho} p_{,i} - \nu (u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} - F_i = 0 \quad (2)$$

ここで、 u は流速、 p は圧力、 ρ は密度、 c は音速、 ν は動粘性係数、 F_i は外力を表す。

ガラーキン法により有限要素方程式を導くと、次式のようになる。

$$M_{\alpha\beta} \dot{p}_\beta + Q_{\alpha\beta\gamma i} u_{\beta i} p_\gamma + R_{\alpha\beta} u_{\beta i} = 0 \quad (3)$$

$$M_{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta i} + K_{\alpha\beta\gamma j} u_{\beta j} u_{\gamma i} - H_{\alpha i \beta} p_\beta + S_{\alpha i \beta j} u_{\beta j} = \hat{F}_{\alpha i} \quad (4)$$

時間方向の離散化として、3段階陽的解法を用いる。

3 数値解析例

3.1 解析条件

解析のモデルは辺長比1:2の矩形柱断面を用いる。2次元問題は総節点数4340、総要素数4200のメッシュを用いる。3次元問題は2次元の要素分割をZ方向に5層に分け、総節点数21700、総要素数16800のメッシュを用いる。解析領域を2次元では4節点4角形要素、3次元では8節点6面体要素で分割する。ここでの解析条件は、

2次元、3次元ともにレイノルズ数 $Re = 1000$ 、マッハ数 $Mc = 0.2$ とする。境界条件として、2次元では流入側で $u = 1.0, v = 0$ 、壁側で壁に対して垂直方向の流速を0とし、流出側でトラクションフリーの条件とする。3次元では、図1に示すように流入側で $u = 1.0, v = w = 0$ 、壁側で壁に対して垂直方向の流速を0とし、流出側でトラクションフリーの条件とする。初期条件として、2次元、3次元ともに $t = 0$ のときに $u = 1.0$ を与える。

3.2 解析結果

無次元時間1000のときの、図1の断面[A](x-y)、[B](x-z)における圧力分布図と流速図を、図2から図5のように示す。図2は3次元(3層目)の圧力分布図、図3は2次元の圧力分布図を表し、図4、図5はそれぞれ図1の断面[A]、[B]の流速図を表す。2次元と3次元の結果に違いが表れる理由として、図5から分かるように、z方向にわずかな流れが生じていることが影響していることが考えられる。

4 おわりに

2次元に比べて、3次元はわずかな節点数でも計算機容量の限界が必要となるので、現状ではあまり要素分割を一定以上細かくすることが出来ないという欠点がある。しかし、今後は element-by-element 法を用いた係数行列の容量の軽減や、プログラムのベクトル化による計算の高速化などにより、z方向のメッシュ分割を細かくしたい。また、流れの可視化であるが、現在では流れの様子を容易に解析するために様々な工夫が試みられているので、それらを参考にしていきたいと思う。

参考文献

- [1] 川原睦人: "有限要素法流体解析"、日科技連

