

(I-15) 線状地中埋設構造物の軸方向地盤バネ定数について

-(その2) バネの振動数依存性について-

ハザマ技術研究所 松原勝己

1. まえがき 現在、シールドトンネル、共同溝および地中埋設管等の線状地中埋設構造物の耐震設計は、自由地盤内の地震時の変位を、地盤バネを介して構造物に静的に作用させて断面力を求める応答変位法がよく用いられる。その際、地盤バネの設定値と設定方法が重要な問題となる。筆者は先に、地盤を弾性体と仮定し、円形断面の地中埋設構造物に対する軸方向の地盤バネ定数を静的弾性論によって評価した¹⁾。この方法によれば、軸方向の地盤バネ定数が、地盤のせん断弾性係数および埋設構造物半径と変位がゼロになる半径の比に関係することが示された。しかしながら、この方法は、バネの振動数依存性や波動逸散効果を無視した静的なバネを評価しており、地中構造物が振動状態にある時の動的なバネとは異なってくることが考えられる。本報告では、地盤を地表面の影響を無視した動的弾性体と仮定し、円形断面の地中構造物に調和外力を作用させた時の反力から動的バネを算定し、先の静的バネとの関連性を明らかにしようとするものである。

2. 基本方程式 変位で表した動的弾性体の基本方程式は、次式で表される²⁾。

$$G \nabla^2(u, v, w) + (\lambda + G)(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)e + (X, Y, Z) = \rho \partial^2/\partial t^2(u, v, w) \quad (1)$$

ここに、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$

$$e = \partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z$$

$$\lambda = G/(1-2\nu)$$

G: 地盤のせん断弾性係数, ν : ポアソン比, ρ : 地盤の密度, u, v, w : x, y, z 方向の変位, X, Y, Z : x, y, z 方向の物体力

線状地中埋設構造物の軸方向を z 方向にとり、 z 方向の変位 w に関する基本方程式について、物体力 $Z=0$ および z 方向に一樣の条件 $\partial/\partial z=0$ を考慮すれば、式(1)より

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{1}{V_s^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (V_s: \text{地盤のせん断波速度}) \quad (2)$$

式(2)を振動数領域で表すために、 $w = W e^{i\omega t}$ (W : 変位 w の複素フーリエ振幅、 ω : 円振動数)と置けば

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{V_s^2} W = 0 \quad (3)$$

$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ と置いて、式(3)を極座標系に変換すれば

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\partial W}{r \partial r} + \frac{\partial^2 W}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\omega^2}{V_s^2} W = 0 \quad (4)$$

ここで、 θ に無関係という条件 $\partial/\partial \theta = 0$ を考慮すれば

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\partial W}{r \partial r} + \frac{\omega^2}{V_s^2} W = 0 \quad (5)$$

また、 $W_1 = \omega^2/V_s^2 \cdot W, r_1 = \omega/V_s \cdot r$ と置けば

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial r_1^2} + \frac{\partial W_1}{r_1 \partial r_1} + W_1 = 0 \quad (6)$$

3. 円形断面の地中構造物周辺に調和外力を作用させた時の解

式(6)は0次のベッセル方程式であるから、解は、

$$W_1 = c_1 H_0^{(2)}(r_1) = c_1 H_0^{(2)}(\omega r/V_s) \quad (7)$$

ここに、 $H_0^{(2)}$: 0次の第2種ハンケル関数 である。

すなわち

$$W = c H_0^{(2)}(\omega r/V_s) \quad (8)$$

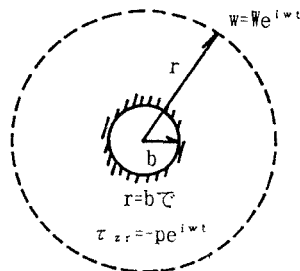


図-1 解析モデル

ここに、定数 c は、地中構造物境界での境界条件より定まる。境界でのせん断応力が $pe^{i\omega t}$ に等しくなることから

$$(\tau_{zr})_{r=b} = (G \frac{\partial W}{\partial r})_{r=b} = -p \quad (b: \text{地中構造物半径}) \quad (9)$$

$$(G \frac{\partial W}{\partial r})_{r=b} = - \frac{Gc\omega}{V_s} H_1^{(2)}(\frac{\omega}{V_s} b) = -p \quad (10)$$

ここで、 $\frac{d}{dz} H_0^{(2)}(z) = -H_1^{(2)}(z)$ を用いた。

式(10)より

$$c = \frac{pV_s}{G\omega} \cdot \frac{1}{H_1^{(2)}(\omega b/V_s)} \quad (11)$$

式(8)および(11)より

$$W = \frac{pV_s}{G\omega} \cdot \frac{H_0^{(2)}(\omega r/V_s)}{H_1^{(2)}(\omega b/V_s)} \quad (12)$$

4. 動的な軸方向地盤バネ定数 線状地中構造物に対する単位長さ当たりの動的な複素地盤バネ定数 $k^*(\omega)$ は、地中構造物に働く力と変位の関係から

$$2\pi b \cdot 1 \cdot p = k^*(\omega) \cdot (W)_{r=b} \quad (13)$$

すなわち

$$k^*(\omega) = \alpha^*(\omega) \cdot G, \alpha^*(\omega) = 2\pi \xi \frac{H_1^{(2)}(\xi)}{H_0^{(2)}(\xi)}, \xi = \frac{\omega b}{V_s} \quad (\text{無次元振動数}) \quad (14)$$

ここで、 $H_1^{(2)}(\xi) = J_1(\xi) - iN_1(\xi)$, $H_0^{(2)}(\xi) = J_0(\xi) - iN_0(\xi)$ (J, N : ベッセルおよびノイマン関数)を用いれば、

$$k^*(\omega) = k(\omega) [1 + 2i\beta(\omega)]$$

$$k(\omega) = G \cdot \alpha(\omega), \alpha(\omega) = 2\pi \xi \cdot \frac{J_1(\xi)J_0(\xi) + N_1(\xi)N_0(\xi)}{\{J_0(\xi)\}^2 + \{N_0(\xi)\}^2} \quad (15)$$

$$\beta(\omega) = \frac{J_1(\xi)N_0(\xi) - N_1(\xi)J_0(\xi)}{2\{J_1(\xi)J_0(\xi) + N_1(\xi)N_0(\xi)\}}$$

式(15)において、 $k(\omega)$ が動的な地盤バネ、 $\beta(\omega)$ が波動逸散効果による減衰定数を表していることになる。式(15)の $\alpha(\omega)$ および $\beta(\omega)$ を、無次元振動数 $\xi (= \omega b/V_s)$ を横軸にして図示すると図-2のようになる。ここで、地中構造物半径 $b=2.0\text{m}$ 、地盤のせん断波速度 $V_s=200\text{m/s}$ 、振動数 $f=0.2\sim 10\text{Hz}$ を仮定すれば、無次元振動数 $\omega b/V_s=0.01\sim 0.6$ 程度になり、図-2より $\alpha(\omega)$ は1.5~2.5程度の値になることがわかる。参考に、静的弾性論によって求めた静的バネの値(変位がゼロになる半径の地中構造物半径に対する $\lambda=10$)も図-2に示した。

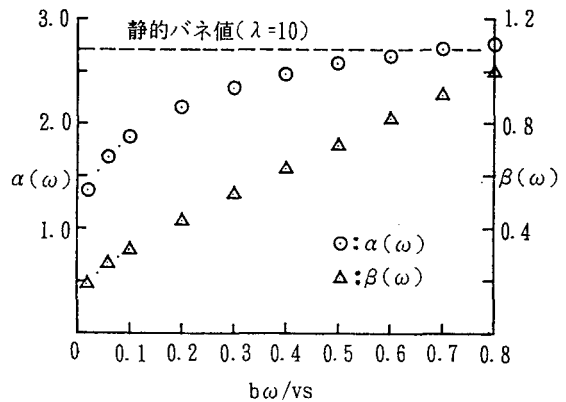


図-2 動的バネ値と無次元振動数の関係

5. あとがき 本報では、円形断面を有する線状地中構造物の軸方向地盤バネ定数について、その振動数依存性を動的弾性論に基づいて検討した。その結果、従来の耐震設計で用いられている値や、先に静的弾性論によって評価した値とほぼ同程度になることが示された。ただし、波動逸散に伴う減衰定数については、全無限の境界条件を採用したことにより、やや大きめの値になっていると考えられ、今後地表面や基盤層の影響等を考慮してゆく必要がある。<参考文献>1)松原勝己：線状地中埋設構造物の軸方向地盤バネ定数について、第21回関東支部技術研究発表会、1994 2)Y.C. ファン：固体の力学/理論、培風館、1977