（Ｖ－69） フラクタル解析を用いた道路舗装の縦断形状の評価

早稲田大学理工学部　学生員　○小玉　乃理子
早稲田大学理工学部　正　員　依田　照　彦

１．まえがき

舗装道路の路面の状態は、供用開始後の交通量、気象の変化、舗装の老朽化などにより経年的に変化し、やがてひびわれやわだち掘れが見られるようになる。この時期が維持修繕の時期と考えられており、適切な維持修繕を行うためには、路面の状態を正確に把握する必要があるとされている。ここでは、路面の性状の変化を評価する一つの方法として、フラクタル解析を用いた方法を検討する。

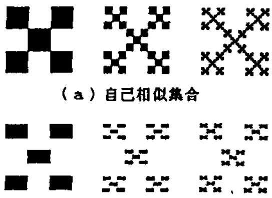
Mandelbrot[1] により提示されたフラクタル幾何学の特徴は、ユークリッド幾何学では記述し難い不規則な形（ここでは路面の凹凸）を取り扱うことができる点である。従って、道路舗装の縦断形状に着目し、それをフラクタル次元で定量化し、路面の状態の評価を試みることが本報告の目的となる。

２．フラクタルの考え方

２．１　自己相似集合と自己アフィン集合

フラクタルとは、「何らかの仕方で全体と相似な部分からなる形」[2] であり、したがって、スケールの変換に対して不変であるというスケーリングの性質をもつ。フラクタル集合を大別すると、自己相似集合および自己アフィン集合となる。両者の相違は、自己相似集合が、ユークリッド空間R^E 内で等方的に比率ｒで変換されるときに不変となるのに対し、自己アフィン集合は、異方的に比率（r_1, $\cdots$, r_E）で変換されるときに不変となる点である（図１）。

実際のフラクタルは、図１の例に比べて不規則であるため、厳密に自己相似あるいは自己アフィンなのではなく、統計的な意味においてそれらが成り立つ。



（ａ）自己相似集合
（ｂ）自己アフィン集合
図１：簡単なフラクタルの作り方

２．２　非整数ブラウン運動による数学的モデル

ブラウン運動を一般化した非整数ブラウン運動$V_H(t)$ は、フラクタルにおける最も有用な数学的モデルとして幅広く利用されており[3),4)] 、指数Ｈ（$0<H<1$）によりスケーリングの性質が次のように変化する。

$$V_H(t) \propto b^{-H} V_H(bt) \quad , \quad \Delta V \propto \Delta t^H \qquad (1a, b)$$

ここで、$\Delta t = t_2 - t_1$, $\Delta V = V(t_2) - V(t_1)$ である（図２）。

変数ｔは一般には時間であるが、一つ以上の変数に置き換えることもできる。例えば、変数をｘｙ平面上の座標（ｘ，ｙ）とした場合には、$(\Delta r)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$ のとき、スケーリング

$$\Delta V \propto \Delta r^H \qquad (2)$$

が成り立つ。

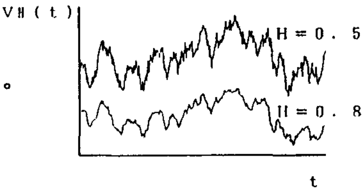


図２：非整数ブラウン運動の例
（H=0.5, H=0.8）

３．フラクタル解析

３．１　道路舗装形状のモデル化とフラクタル次元の算出

道路舗装は縦断方向の距離と鉛直方向の凹凸の性格が異なるため、２．で定義したスケール比が同じであるとは考えにくく、モデル化にあたっては自己アフィンな非整数ブラウン運動を導入するのが妥当である。

自己アフィンなフラクタルのフラクタル次元Ｄの算出には、box dimension が有効である[3)] 。道路舗装のフラクタル次元を求めるには、図３のように縦断形状を適切に拡大して、縦断方向の距離Ｌ＝１、凹凸の範囲Ｖ＝１とし、この図形を一辺の長さｒの正方形で被覆するのに必要な個数Ｎ（ｒ）から、式（３）に基

づきフラクタル次元Ｄを求める。

$$N(r) \propto r^{-D} \qquad (3)$$

実際には、複数のｒに対するＮ（ｒ）の両対数プロットから、それらの回帰直線の傾きとしてＤを求める。

この方法によって求めたフラクタル次元Ｄと、指数Ｈとの間には密接な関係がある。縦断方向の距離を等間隔$\Delta L = r$で分けた場合、各々の区間での凹凸の範囲ΔV_Hは、

$$\Delta V_H \propto \Delta L^H = r^H \qquad (0 < H < 1) \qquad (4)$$

で表される。このとき、一つの区間を覆うのに必要な一辺ｒの正方形の個数は、

$$\frac{\Delta V_H}{\Delta L} \propto \frac{r^H}{r} \qquad (5)$$

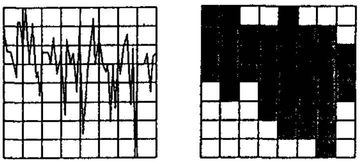


図３：box dimensionの求め方

であるから、フラクタル全体を覆うためには、次式で示す個数の正方形が必要となる。

$$N(r) \propto \frac{1}{r} \cdot \frac{r^H}{r} = r^{-(2-H)} \qquad (6)$$

式（３）と式（６）を比較すると次式の関係が得られる。

$$D = 2 - H \qquad (7)$$

３．２　解析結果

解析の対象としたのは、いずれも大型車交通量３０００台／日・方向の国道である。路面の凹凸は３ｍプロフィールメータの測定結果によった。

図４には解析例を、図５には舗装修繕工事前後の異なる７か所の解析結果を示す。図５より、フラクタル次元の平均値は、修繕前の１．４３から修繕後の１．５０へと変化している事が分かる。

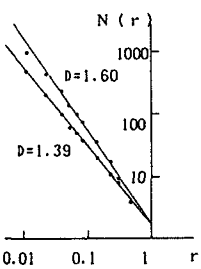


図４：Ｎ（ｒ）～ｒ 両対数プロットの例

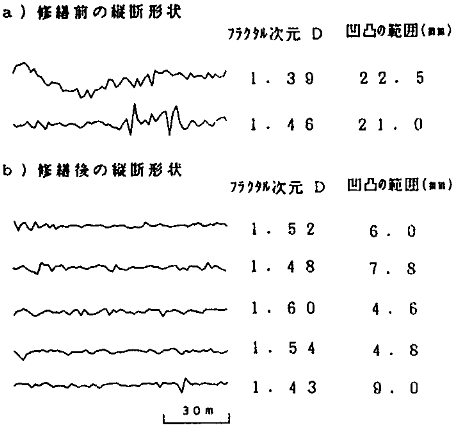


図５：舗装修繕工事前後の縦断形状とフラクタル次元

４．結論

Box dimension による道路舗装面の縦断形状のフラクタル次元解析の結果から、以下の結論を得た。

１）新しい舗装道路ほど縦断形状のフラクタル次元が大きく、供用後の時間経過と共にその値は低減していく。供用直後の路面の状態については、平坦性がある程度確保されているため、路面性状が波動現象としての長周期成分が見られないことが新しい道路舗装のフラクタル次元が大きい理由であり、さらに、経年変化により舗装が老朽化し、ひびわれ等の原因から剛性が低下するにつれて、波動現象としての長周期成分が卓越してくる事が、修繕直前のフラクタル次元が小さくなる理由と考えられる。このことから、新しい舗装のフラクタル次元は２未満のできるだけ大きい値とすることが望ましいといえる。

２）道路舗装の縦断形状がフラクタル次元Ｄという一つの数値で評価でき、その値の変化により路面の状態がある程度判断できる事はフラクタル解析の適用性を示唆しているものと思われる。

＜参考文献＞
1）B.マンデルブロ（広中平祐監訳）：フラクタル幾何学、日経サイエンス、1985.1.
2）J.フェダー（松下貢、早川美徳、佐藤信一訳）：フラクタル、啓学出版、1991.5.
3）B.B.Mandelbrot: Self-Affine Fractals and Fractal Dimension, Physica Scripta.Vol.32, 257-260,1985.10.
4）H.-O.Peitgen, D.Saupe (edit.): The Sience of Fractal Images, Springer-Verlag , 1988.3.