(Ｖ－41)　勾配型非局所モデルによるコンクリート材料の変形解析

武蔵工業大学大学院　学生員　西岡真帆
武蔵工業大学工学部　正会員　吉川弘道

1．まえがき

コンクリートのような準脆性材料においては、応力がピークに達した後、ひずみが局所化する現象が見られる。しかし、このような現象を再現するには従来の非弾性構成則だけでは不十分である。本研究の目的は、勾配型非局所モデル (Gradient-type non-local model) を導入することにより、単軸圧縮部材のひずみの局所化を数値計算によって再現することを試みるものである。

2．基本構成則

図-1に示すように、弾性部分と塑性部分を含む並列モデルを考え、各々の構成則を以下のように定義する。

$$\dot{\sigma}_e = E_e \cdot \dot{\varepsilon} \quad (1)\ ,\quad \dot{\sigma}_p = H_p \cdot \dot{\varepsilon}^* \quad (2)$$

ただし、Eeは弾性係数、Hpは塑性係数とし、ε は局所ひずみ、ε *は非局所ひずみを表す。また、応力を σ とし、下添字ｅは弾性部分、ｐは塑性部分を示す。式(1)と式(2)から、部材全体にわたる応力 σ は次式のように導くことができる。

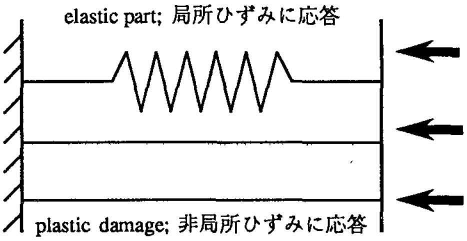

図-1　弾塑性体の並列モデル

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_e + \dot{\sigma}_p = E_e \cdot \dot{\varepsilon} + H_p \cdot \dot{\varepsilon}^* \quad (3)$$

ここで、一様ひずみ（全てが局所ひずみによって表される）の場合を考えると、次式のようになる。

$$\dot{\sigma} = \left(E_e + H_p\right)\dot{\varepsilon} = E_{ep} \cdot \dot{\varepsilon} \qquad \text{ただし、} E_{ep} = E_e + H_p \quad (4)$$

従って、弾塑性係数Eepを用いて、式(3)を書き換えると次式を導くことができる。

$$\dot{\sigma} = E_e \cdot \dot{\varepsilon} - \left(E_e - E_{ep}\right)\dot{\varepsilon}^* \quad (5)$$

上式が本論での基本構成則であり、これはBazant[1]による非局所モデルにおける単軸部材の場合に相当する。

ここで、ひずみの二次勾配を含む勾配型非局所ひずみとして、Bazant[2]の提案する次式を用いる。

$$\dot{\varepsilon}^* = \left(1 + \mu^2 \nabla^2\right)\dot{\varepsilon} = \left(1 + \mu^2 \frac{d^2}{dx^2}\right)\dot{\varepsilon}\ ,\quad \mu^2 = k_0 \cdot l_c \quad (6)$$

ただし、ｋ0は定数、ｌcは特性長さを表す。式(6)を式(5)に代入すると、最終的に次式のような構成則を導くことができる。

$$\dot{\sigma} = E_{ep} \cdot \dot{\varepsilon} - \left(E_e - E_{ep}\right)\mu^2 \cdot \frac{d^2 \dot{\varepsilon}}{dx^2} \quad (7)\ ,\qquad \dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{E_{ep}} - \frac{1+k}{k} \cdot \mu^2 \cdot \frac{d^2 \dot{\varepsilon}}{dx^2}\ ,\quad \left(k = -\frac{E_{ep}}{E_e}\right) \quad (8)$$

3．二次勾配項の物理的解釈

ここでは、基本構成則の物理的意味について検討する。前出の式において、$\mu^2 = 0$（特性長さがゼロ）、または $\nabla^2 \dot{\varepsilon} = 0$（ひずみの二次勾配がゼロ）の時は、非局所ひずみは局所ひずみとなり、$\dot{\sigma} = E_{ep} \cdot \dot{\varepsilon}$ のような通常の弾塑性問題に帰着することは明らかである。

図-2に、局所化した部材のひずみ分布とその一次勾配、二次勾配を示す。この図から、局所化している中心部分において二次勾配は負となることがわかる。従って、ピーク以降（ｋ＞０）ひずみ増分を加速する方向に作用し、反対にその近傍において二次勾配は正となり、除荷する方向に作用していることがわかる(式(8)参照)。これは、軟化材料に観察されるひずみの局所化現象を定性的に満足するものであり、本論の最重要ポイントである。

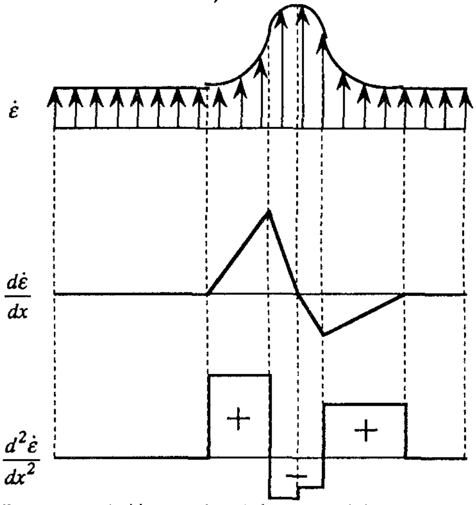

図-2　局所化している部材のひずみ分布その一次勾配、二次勾配

4．数値シミュレーション

以上の基本構成則に基づき、長さ50cmの単軸部材を離散化して数値シミュレーションを行った。ここで、単軸圧縮応力下における載荷状態の応力～ひずみ関係式として、Popovicsによる提案式を採用し、その接線係数dσ/dεが弾塑性係数Eepに相当するとした[3]。

二次勾配は、注目する節点の両隣2点、計5点を用いて4次関数で近似し、得られた近似式を2回微分して求めた。各節点についてこの計算を行った後、最終的に数値シミュレーションに用いる二次勾配は、注目する節点とその両隣1点、計3点の平均値とした。

また、応力ピーク以降にx=20cm とその近傍に断面欠損を与えることにより、局所化を誘発した（最大5％）。

このような条件のもとで、特性長さｌcをパラメータとして行った数値シミュレーション結果を示す。図-3は、圧縮部材の応力～変位関係を表し、ｌcが大きくなるほど急激な応力降下となることがわかる。また、図-4は、ｌc=1cmの場合のひずみ分布とその二次勾配を表したもので、x=20cm にひずみが局所的に増加する一方、その両隣では除荷している様子がわかる。すなわち、高々5％の断面欠損により、ひずみの局所化が加速し、その近傍で弾性除荷が生じたものである。

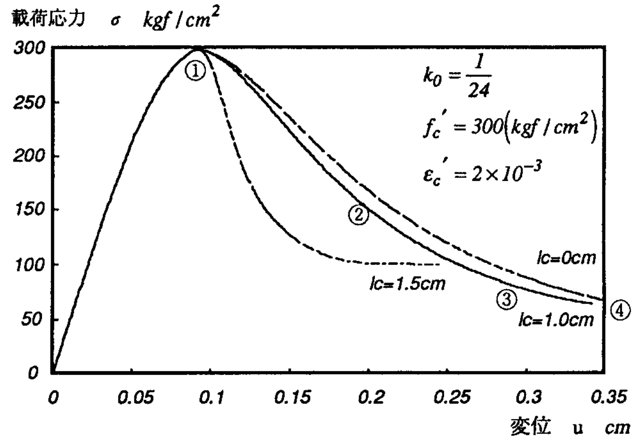

図-3　応力～変位関係(lc=variable)

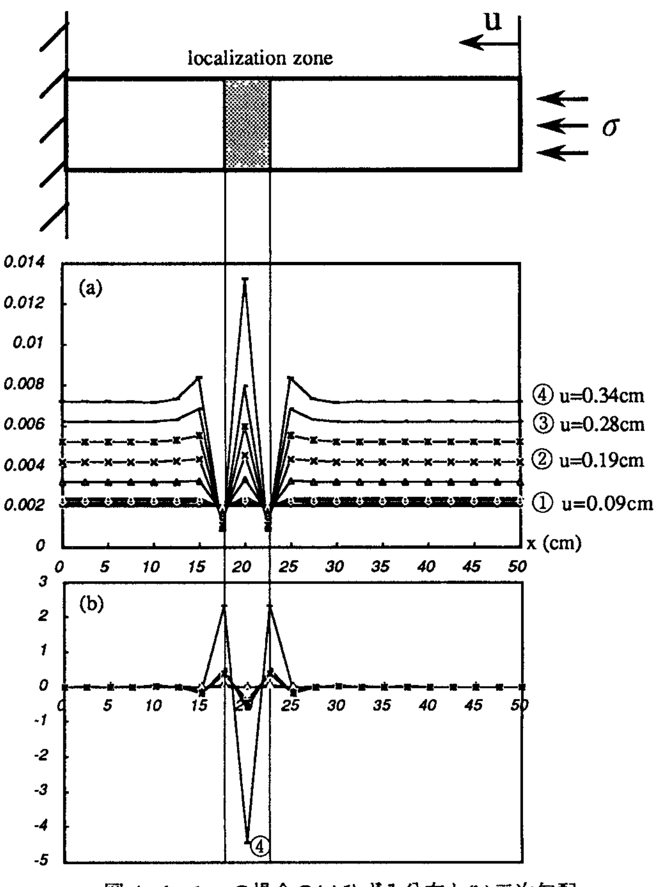

図-4　lc=1cmの場合の(a)ひずみ分布と(b)二次勾配

5．あとがき

本文は、勾配型非局所モデルを導入することにより、コンクリートのひずみの局所化を数値計算で再現することを試みたものである。これらを一般的な問題に適用するには、いくつかの課題が挙げられる。まず、二次勾配の評価法と離散化要素の寸法依存性である。また、特性長さｌcの合理的な決定法については、まだ具体的な提案はない。本論では、例えば、ｌcを増加させると、ひずみ分布が周期的に凸凹になる現象（クラウン現象）が見られ、今後の検討課題である。

参考文献

[1]Bazant,Z.P. : *Stability of Structures, -Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theory-*, Oxford University Press,1991, *Chapter13. Damage and Localization Instability*, pp.829-952

[2]Bazant,Z.P. : Imbricate Continuum and Its Variational Derivation, *J. Eng. Mech.* (ASCE), Vol. 110, pp. 1693-1712

[3]吉川弘道、西村尚朋：局所化したひずみを有するコンクリートの構成則と安定条件、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.14、No.2、pp.903-908、1992