（Ⅲ－14）　ゴルフ場グリーンの地盤温度制御

○中央大学　学生員　阪本　敦士
中央大学　学生員　佐々木建一
中央大学　正員　川原　睦人

1. はじめに

ゴルフ場グリーン建設の際の農薬散布問題が問題視されている。この様な状況のもとで、千葉県農業試験場では、無農薬で芝生を育成することを、様々な方法で研究している。この中のひとつに、グリーンの地下にパイプを埋設し、冷水を流すことによって、地表面付近の温度を下げ、病気の発生を防ぐことがある。ここでは、数値解析によって地盤の温度を制御する方法を検討した。

2. 有限要素方程式

地中の温度変化を表す方程式として２次元の熱伝導方程式を用いる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \kappa\left(\frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 T}{\partial^2 y}\right) = 0 \qquad (1)$$

基礎方程式について、有限要素法による空間方向の離散化を行う。通常のガレルキン法に従って、重み付き残差方程式の誘導を行い、三角形一次要素を用いて離散化を行えば、以下のような有限要素方程式が得られる。

$$\{\dot{T}\} = -[M]^{-1}[S]\{T\} \qquad (2)$$

この有限要素方程式を、状態ベクトル、操作ベクトル、外力ベクトルに分割すると、次式の様になる。

$$\{\dot{T}\} = [A]\{T\} + [B]\{u\} + [C]\{f\} \qquad (3)$$

ここで、{ } はベクトルを、[ ] はマトリックスを表す。時間方向の離散化としては、陽的オイラー法を用いて、逐次時間毎に温度を求める。

3. 最適制御

前述のように、本研究は、ある地点の温度をある境界条件の下に一定にする事を目的とする。この目的を達成するために、次の様な評価関数を定義する。

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} \left(\{T-T^*\}^T[Q]\{T-T^*\} + \{u\}^T[R]\{u\}\right) dt \qquad (4)$$

ここに、$[R]$,$[Q]$ は、制御ベクトル$\{u\}$ と状態ベクトル$\{T\}$に対する重み係数行列であり、T^*は、目的温度である。この評価関数 Jが最小となるときが、最も望ましい状態である。評価関数が最小の時の u を求めるために、本研究ではsakawa-shindo法を用いる。まず、評価関数を変形してハミルトニアンを次のように定義する。

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2}\left(\{T-T^*\}^T[Q]\{T-T^*\} + \{u\}^T[R]\{u\}\right) \\ &+ \{p\}^T\left([A]\{T\} + [B]\{u\}\right) \end{aligned} \qquad (5)$$

また、オイラーラグランジュの方程式より、

$$\{p^n\} = \{p^{n+1}\} + \Delta t[Q]\{T^n - T^*\} + \Delta t[A]^T\{p^{n+1}\} \qquad (6)$$

横断性の条件より、

$$\{p(t_f)\} = 0 \qquad (7)$$

つまり、(7) 式を終端条件に (6) 式を逆時間に解けば、ラグランジュ乗数を得る。次に、ハミルトニアンを次のように変形する。

$$K^i = H^i + \left(\{u^i\} - \{u^{i-1}\}\right)^T [W^i]\left(\{u^i\} - \{u^{i-1}\}\right) \qquad (8)$$

ここで、$[W]$ は重み行列を表す。さらに停留条件より、

$$\frac{\partial K}{\partial u} = 0 \qquad (9)$$

(8),(9) 式より、

$$\{u^i\} = -\left([R] + 2.0[W]\right)^{-1}\left([B]^T\{p^i\} - 2.0[W]\{u^{i-1}\}\right) \qquad (10)$$

(10) 式より操作量を求める事ができ、繰り返し計算により Jの最小値を求めることができる。

4. 数値解析例

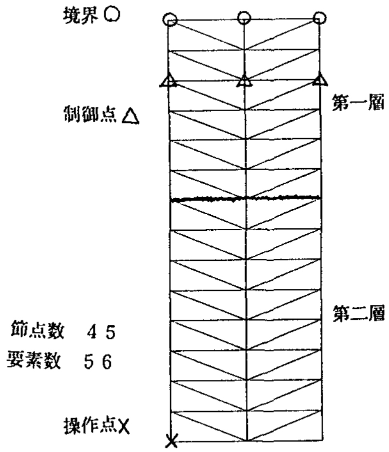
次頁の様な、深さ 28cm 横 10cm の有限要素モデルで計算を行った。境界条件には、千葉農業試験場で測定した、8 月 20 日から 8 月 23 日までのデータを使用した。観測データは、地表面から 1cm 下の地

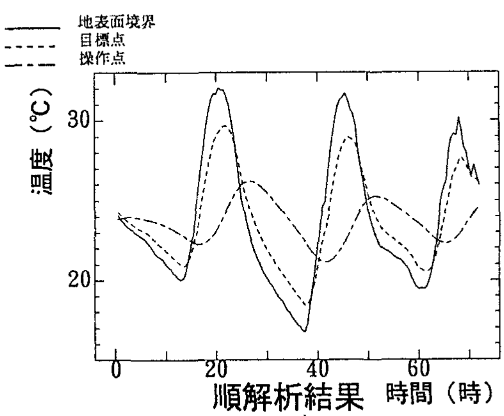
点での測定値である。このメッシュの上から 12cm までを第一層、12cm から下を第二層とする。鈴木、佐野らが同定した熱伝導係数は、順に

$\kappa_1 = 0.697 * 10^{-6}$

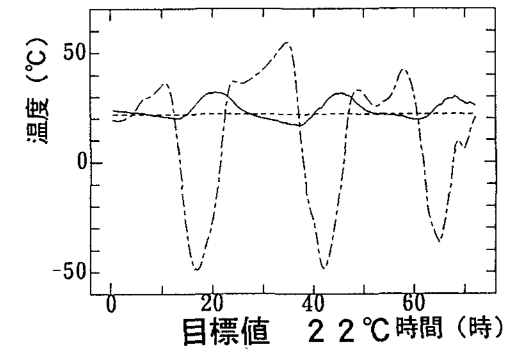
$\kappa_2 = 0.123 * 10^{-5}$である。

単位は、m^2/sec である。評価関数の重みは、$Q = 1.0, R = 0.001$ である。グラフは、制御をしない順解析結果、次に、制御点の目標温度を、20 度、22 度、25 度に設定した 3 パターンの制御結果である。

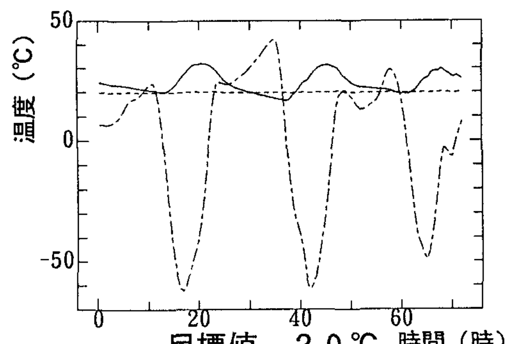




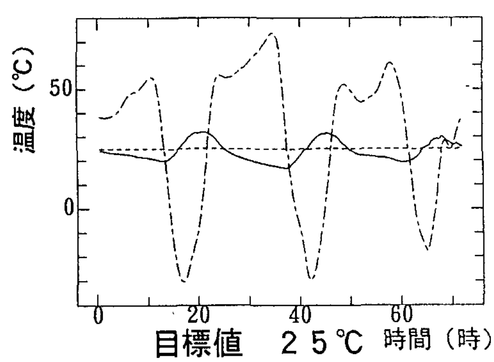
順解析結果



目標値　22℃



目標値　20℃



目標値　25℃

5. 考察

順解析の結果を見てみると、気温データと最下部のグラフの位相差が、かなりあることが解る。つまり、28cm の距離を熱が伝わるのに、状況にもよるが、約 8 時間程度かかると考えられる。

制御計算結果を見てみると、3 パターンのいずれも目標としている温度にほとんど一致した制御が行われている事が解る。ただし、-60 度近い温度の水をパイプに流さねばならず、実際には不可能に近い。今後は、操作量の拘束条件を考慮した最適制御を行う必要がある。

6. 謝辞

本研究を進めるにあたり、千葉県農業試験場の青木孝一氏および真行寺孝氏には、多大な御協力を賜った。ここに記して感謝の意を表する。

参考文献

1. 嘉納　秀明　”システムの最適理論と最適化” コロナ社

2. 梅津、田中、川原　”水理モデルを考慮したダム放流量の最適制御”　土木学会第 4 5 回年次学術講演会講演概要集第二部