

(Ⅲ-13) ゴルフ場グリーン下の地盤熱伝導率の同定

○ 中央大学 学生員 鈴木 誠一
中央大学 学生員 佐野 泰彦
中央大学 正 員 川原 睦人

1. 序論

近年、ゴルフ場における、芝生への農薬散布が社会的問題になっている。芝生は高温に弱い植物であり、夏になると発病する。そのために、農薬散布が必要とされる。散布された農薬は、地下水を汚染し、その結果、環境問題を引き起こすのである。

そのような状況下、千葉県農業試験場では、芝生下部を冷やすことにより、無農薬で発病を防ぐという実験・研究を進めている。それは、芝生下にパイプを設置し、冷水を流すことにより地中温度を制御する、という試みである。著者らは、この問題に取り組むにあたり、最適制御理論に基づき解析を行うことにした。制御解析では、地中温度を一定に保つために、操作量（パイプ水温）を決定する。

しかし一般に、その様な数値シミュレーションを再現する場合、初期条件・境界条件、さらに基礎方程式内に存在するパラメータ等が、不確定要素として計算結果を大きく左右する。そこで、本報告では、最適制御の事前研究として、千葉県農業試験場で得られた観測データをもとに、地盤の熱伝導率（パラメータ β ）を決定（同定）することを目的とする。

2. 評価関数及び基礎方程式

評価関数は、地中温度の観測値 $\{\theta^*\}$ 及び、数値解析モデルより得られる温度の計算値 $\{\theta\}$ との残差自乗和により定義される。

$$J = \frac{1}{2} \sum_{t=t_0}^{t_f} (\{\theta(\beta)\} - \{\theta^*\})^T (\{\theta(\beta)\} - \{\theta^*\}) \quad (1)$$

ここに、 $t_0 \cdot t_f$ はそれぞれ同定の開始・終了時刻を表す。つまり、この評価関数 J の値が最小である時、数値シミュレーション結果は、実際の現象と最も良く一致していると評価される。即ち、評価関数が最小になるときの、熱伝導率 β を得ることが、本研究の目的である。計算値 $\{\theta\}$ を得るための基礎方程式として、

非定常熱伝導方程式

$$\rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - \beta \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) = Q \quad (2)$$

を適用する。ここに、 ρ は密度、 C_p は比熱、 β は熱伝導率、 Q は内部発熱量である。更に、離散化手法として、空間方向に有限要素法、時間方向にクランク・ニコルソン法を適用する。

3. 最小化手法

Newton-Raphson method(NR法)は、最小化の手法として、よく知られている。しかし、NR法は、ヘッシアン行列を求める必要があるため、計算時間が多くかかる。また、初期設定が悪い場合には、ヘッシアンが常に正値になるとは限らない。本論文では、評価関数 J (式(1))の最小化手法として、ヘッシアン行列を求める必要のない、Direct-Iteration method(DI法)[1]とFletcher-Reeves method(FR法)[2]を用いる。両手法により得られた結果を比較検討する。この種の問題は、繰り返し計算により正解を得る。つまり、あるパラメータ値 $\{\beta\}^{(i)}$ から、より正解に近いパラメータ値 $\{\beta\}^{(i+1)}$ を求める。

$$\{\beta\}^{(i+1)} = \{\beta\}^{(i)} + \{\Delta\beta\}^{(i)} \quad (3)$$

両手法による、パラメータ増分量 $\{\Delta\beta\}$ の解法を以下に示す。

3.1 Direct-Iteration method

状態量 $\{\theta\}$ のテーラー展開を、一階微分項まで施せば、

$$\{\theta(\beta^{(i+1)})\} = \{\theta(\beta^{(i)})\} + \left[\frac{\partial \theta(\beta^{(i)})}{\partial \beta} \right] \{\Delta\beta\}^{(i)} \quad (4)$$

となる。上式(4)を式(1)の評価関数 J に代入し、求むべきパラメータ β で微分し、零とおく。それにより、評価関数 J を最小にするときの、パラメータ増分

量 $\Delta\beta$ は、

$$\{\Delta\beta\} = - \left(\sum_{i=t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial\theta}{\partial\beta} \right]^T \left[\frac{\partial\theta}{\partial\beta} \right] \right)^{-1} \left(\sum_{i=t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial\theta}{\partial\beta} \right]^T (\{\theta\} - \{\theta^*\}) \right) \quad (5)$$

と得られる。

3.2 Fletcher-Reeves method

評価関数 J (式 (1)) を β で微分することにより、初期勾配 $\{d\} = - \left\{ \frac{\partial J}{\partial\beta} \right\}$ を得る。 $J = J(\{\beta\} + \alpha\{d\})$ を β で微分して零とおけば、ステップ幅 α が、

$$\alpha = - \frac{\{d\}^T \left\{ \frac{\partial J}{\partial\beta} \right\}}{\{d\}^T \left[\sum_{i=t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial\theta}{\partial\beta} \right] \left[\frac{\partial\theta}{\partial\beta} \right]^T \right] \{d\}} \quad (6)$$

となる。ここで、 $\alpha\{d\}$ は、式 (3) の $\{\Delta\beta\}$ を意味する。2回目以降の勾配の更新は、FR 法により、

$$\varphi = \frac{\left(\left\{ \frac{\partial J}{\partial\beta} \right\}^{(i+1)}, \left\{ \frac{\partial J}{\partial\beta} \right\}^{(i+1)} \right)}{\left(\left\{ \frac{\partial J}{\partial\beta} \right\}^{(i)}, \left\{ \frac{\partial J}{\partial\beta} \right\}^{(i)} \right)} \quad (7)$$

$$\{d\}^{(i+1)} = - \left\{ \frac{\partial J}{\partial\beta} \right\}^{(i+1)} + \varphi \{d\}^{(i)} \quad (8)$$

と書ける。これにより、次ステップの勾配が求まり、 α 探索を、再度行う。

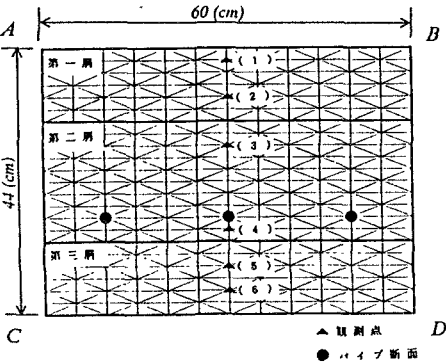


図1 有限要素メッシュ図

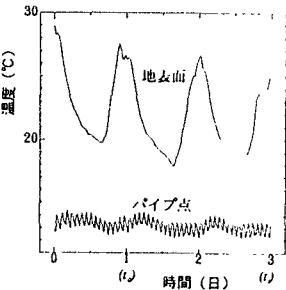


図2 強制境界条件

表1 パラメータ同定結果

熱伝導率	第一層	第二層	第三層
DI 法	1.43	2.81	0.95
FR 法	1.41	2.81	1.00

単位: [W/mK]

4. 数値解析例

本モデルにおいて、内部発熱量は考えないため、式 (2) の $Q = 0$ とする。(図1) の様な解析領域において、(図2) の様な強制境界条件を、地表及びパイプに与える。これは、実際に観測されたデータである。自然境界条件は、境界 CD 上では観測温度に勾配がないため、フラックス $\hat{q} = 0$ 、境界 AC・BD 上では温度状況が左右対称であるために、全反射の条件 ($\hat{q} = 0$) を適用する。

5. 結論

ヘッシアン行列を必要としない、DI 法と FR 法により、実地盤における、熱伝導率の同定解析を行った。両手法において、ほぼ同じ結果が得られ、計算値と観測値が良く一致しているため、本同定解析に成功したと考えられる。現在、ゴルフ場農薬散布問題を解決するために、これらの同定解析結果をもとに、制御解析の研究を行っている。

参考文献

[1] 鈴木誠一, 安重晃, 川原睦人, “拡散問題におけるパラメータ同定”, 第7回数値流体シンポジウム, pp.593-596,(1993)

[2] 小嶋啓市, 児玉敏雄, 佐野泰彦, 川原睦人, “非線形最小二乗法による地盤の熱伝導率の同定”, 第7回数値流体シンポジウム, pp.597-600,(1993)

表2 各観測点での観測値と計算値の時間平均誤差

観測点	DI法	FR法
(1)	0.029	0.031
(2)	0.261	0.241
(3)	0.179	0.204
(4)	0.005	0.005
(5)	0.028	0.026
(6)	0.025	0.026
全体	0.044	0.044

単位: (度)