

1. はじめに

従来の水面波動解析では、入力データは不確定変動のないものと仮定され解析が行われてきた。しかし、入力データには多くの不確定性が含まれており、その不確定性に起因する変動量を知ることが工学上重要である。著者らは既に反射率の変動を考慮した解析を確率有限要素法を用いて行っている。^[1]

本論文では、波の入射角に変動成分を与え、摂動法に基づいた有限要素法を水面波動問題に適用した結果を報告する。なお、解析例としてはモデル港湾の港内静穏度解析を行い、従来法である繰り返し計算との比較を行った。

2. 基礎方程式と境界条件

水面波動問題の解析における基礎方程式としては、水深変化の影響を考慮した緩勾配方程式を用いる。

$$(CC_g \eta)_{,n} + k^2 C C_g \eta = 0 \quad \text{on } \Omega \quad (1)$$

ここに、 η は合成波の振幅関数、 C は波速、 C_g は群速度、 k は波数、 Ω は解析領域を示す。境界は図-1に示すように、構造壁面境界 Γ_s と無限遠方の仮想境界 Γ_∞ に分けられ、境界条件は次式で与えられる。

$$\eta_{,n} = ik \sin \alpha \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \eta \quad \text{on } \Gamma_s \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} (\eta_{sc,r} - ik \eta_{sc}) = 0 \quad \text{on } \Gamma_\infty \quad (3)$$

ここに、 α は波向き角、 K_r は壁面反射率、 i は虚数単位を示す。

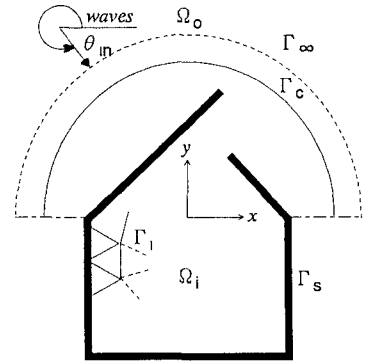


図-1 領域の定義

3. 有限要素方程式

基礎方程式の定式化には、内部領域 Ω_i にはKashiyama, Kawaharaが提案した境界型有限要素法^[2]、水深一定を仮定した外部領域 Ω_o には固有関数展開表示された解析解^[3]を用いた結合解法を適用する。また、内挿多項式としては内部領域 Ω_i にヘルムホルツ方程式の解を満足する三角形要素、外部領域 Ω_o に開境界 Γ_c 上に幾らかの節点を持つ特殊要素を用いて離散化を行うと、次式のような有限要素方程式が得られる。

$$[K] \{\eta\} = \{F\} \quad (4)$$

ここに、 $[K]$ は対称な剛性マトリックス、 $\{F\}$ は入射波による荷重ベクトルである。

4. 摂動法に基づく有限要素解析^[4]

本解析では、波の入射角 θ_{in} が不確定変動するものと仮定し、(4)式で求められた振幅関数、荷重ベクトルは2次の項まで考慮したテイラー級数展開された近似式で示される。

$$\{\eta\} = \{\bar{\eta}\} + \sum_{k=1}^n \{\eta_k^I\} \mu_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \{\eta_{kl}^{II}\} \mu_k \mu_l \quad (5)$$

$$\{F\} = \{\bar{F}\} + \sum_{k=1}^n \{F_k^I\} \mu_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \{F_{kl}^{II}\} \mu_k \mu_l \quad (6)$$

ここに、各式の第2項及び第3項は μ に関する1次変動率及び2次変動率、 n は領域内に含まれる確率変数の個数、 μ_k, μ_l は入射角を用いる節点での期待値0の微小確率変数を表す。(5),(6)式を(4)式に代入し、各項で等置することにより、確定解、変動率は次式で求められる。

$$\{\bar{\eta}\} = [\bar{K}]^{-1} \{\bar{F}\} \quad , \quad \{\eta_k^I\} = [\bar{K}]^{-1} \{F_k^I\} \quad , \quad \{\eta_{kl}^{II}\} = [\bar{K}]^{-1} \{F_{kl}^{II}\} \quad (7)$$

ここに $\{\eta\}$ は振幅関数の確定解, $\{\eta_k^I\}$ は1次変動率, $\{\eta_{kl}^{II}\}$ は2次変動率を表す。また, 統計量の評価としては2次近似法^[4]を用いて振幅関数の期待値を求めている。

5. 数値計算例

本手法の数値計算例として, 図-2に示すモデル港湾^[5]の港内波高分布解析の適用を行った。水深は領域全体を5mと仮定し, 入射波の波向きの平均値は湾口に対して直角に入射するものとした。また壁面での反射率は0.85とし, 入射波の周期は5秒とした。有限要素分割図は図-3に示し, 節点総数は2878, 要素総数は5477である。本解析では摂動解の適用限界を示すために, 港内の2点A,Bで1次及び2次摂動解と, $\theta_{in}=225^\circ \sim 315^\circ$ までの値を 5° ごとにそれぞれ代入し, 確定的に有限要素解析を行った結果との比較を行った。図-4, 図-5にA,B点でのそれぞれの入射角における確定解と摂動解の比較を示す。1次摂動解に若干の差異がみられるが, 2次摂動解においては確定的に計算を行った結果と比較的良好一致を示し摂動法の有効性が確認された。確定解との誤差はA点で $\theta_{in}=300^\circ$ のとき1次摂動解で2.2%, 2次摂動解で1.7%程度となり, 誤差は非常に小さなものとなっている。また, 得られた摂動解から2次近似法を用いて振幅関数の期待値を計算し, 従来法である逐次繰返し計算を行う手法との比較を行った。確率変数の入力データとして標準偏差を0.1, 相関係数を1.0を仮定した。図-6に本手法による計算結果, 図-7に $\theta_{in}=225^\circ \sim 315^\circ$ まで 5° ごとに計算を行い, 正規分布に従って重みを乗じ重ね合わせを行った計算結果を示す。本手法で行った計算結果は従来法と比較的良好一致を示し, 繰返し計算を行わずに波向きの変動を考慮した計算が可能となった。

6. おわりに

本論文において, 摂動法に基づく確率有限要素法を波の入射角の変動を考慮した水面波動問題に適用することの検討を行った。その結果, 入力データに起因する計算結果の変動量を繰返し計算をする必要なく求めることが可能となり, 従来法に比べ計算時間の点で大変有利であることが確認された。今後の課題は摂動解の精度の検討を行うとともに, 複数(反射率, 入射波など)の変動成分を考慮した水面波動解析を行い, 本手法の不規則波解析への適応性について検討を行う予定である。

参考文献

- [1] 櫻庭雅明, 櫻山和男:入力データの不確定性を考慮した水面波動問題の確率有限要素解析, 水工学論文集第37巻, pp775-780, 1993
- [2] Kashiya .K and Kawahara .M A boundary type finite element method for water surface wave problems, Int. J. Number. Methods Fluids, Vol.8 pp.65-69, 1988
- [3] Chen, H.S., and Mei, C.C., Oscillations and wave forces in an offshore harbor, Ralph M. Persons Lab., MIT, Report No.190, 1974
- [4] 中桐滋, 久田俊明:確率有限要素法入門, 培風館出版, pp.28-29, 1990
- [5] 樺木亨, 広畑彰一:港内波高の数値シミュレーション手法の検証について, 海岸工学論文集第25巻, pp109-113, 1979

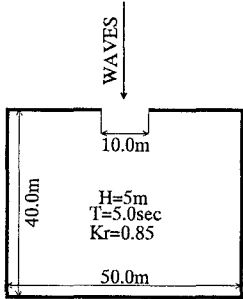


図-2 解析モデル

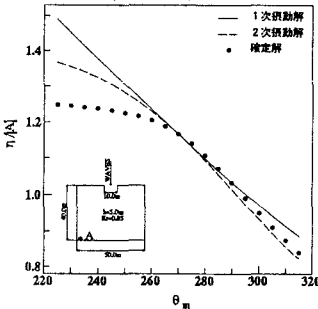


図-4 確定解と摂動解の比較 (A点)

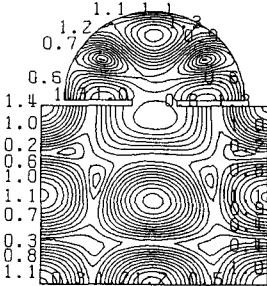


図-6 相対振幅分布図 (確率有限要素法)

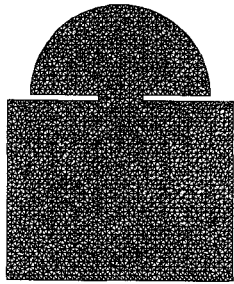


図-3 有限要素分割図

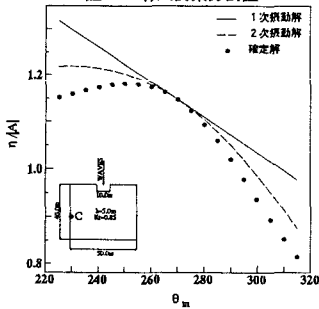


図-5 確定解と摂動解の比較 (B点)

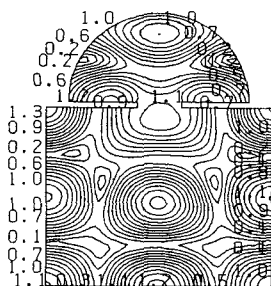


図-7 相対振幅分布図 (従来法)