

(Ⅱ - 45) 三段階テラーガラーキン有限要素法による地形性降雨解析

中央大学 学生員 金子賢一
中央大学 正会員 樫山和男

1 はじめに

本研究は、地形性の降雨について、有限要素法を用いて定量的に降雨量を予測することを目的とする。降雨のモデルとしては、冷たい雨に対する物理モデルであるホップスモデル^[1]を用い、これまで著者ら^[2]によって解析されてきた温かい雨の物理モデルのケスラーモデルと違い氷晶及び雪の効果を取り込み、より実際問題に近い解析を行うものである。

2. 基礎方程式

流れ場の解析には、流体を非圧縮粘性流体を仮定し、基礎方程式として以下に示すナビエ・ストークスの運動方程式及び連続の式を用いる。

$$u_{i,i} + u_j u_{i,j} + \frac{1}{\rho} p_{,i} - \nu (u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} = f_i \quad (1)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\partial/\partial x_i$ は偏微分を表し、 u_i は流速成分、 p は圧力、 ρ は密度、 ν は渦動粘性係数、 f_i は物体力である。

また、降雨の解析には、冷たい雨の物理モデルであるホップスモデル^[1]を用いる。このモデルの最大の特徴は、雲微物理過程のパラメタリゼーションの中に氷晶及び雪片を取り込んだところにある。ホップスモデルは、水蒸気量、雲水量、雲水量、雨水量及び雪の混合比の保存式を連立させて解くものである。基礎方程式は、次式で与えられる。(図-1参照)

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -u \frac{\partial q_v}{\partial x} - w \frac{\partial q_v}{\partial z} + \frac{S_v}{\rho} \quad (3)$$

$$\frac{\partial q_c}{\partial t} = -u \frac{\partial q_c}{\partial x} - w \frac{\partial q_c}{\partial z} + \frac{S_c}{\rho} \quad (4)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} = -u \frac{\partial q_i}{\partial x} - w \frac{\partial q_i}{\partial z} + \frac{S_i}{\rho} \quad (5)$$

$$\frac{\partial q_r}{\partial t} = -u \frac{\partial q_r}{\partial x} - (w + V_r) \frac{\partial q_r}{\partial z} + \frac{q_r}{\rho} \frac{\partial \rho V_r}{\partial z} + \frac{S_r}{\rho} \quad (6)$$

$$\frac{\partial q_s}{\partial t} = -u \frac{\partial q_s}{\partial x} - (w + V_s) \frac{\partial q_s}{\partial z} + \frac{q_s}{\rho} \frac{\partial \rho V_s}{\partial z} + \frac{S_s}{\rho} \quad (7)$$

ここに、 q_v は水蒸気の混合比、 q_c は雲水の混合比、 q_i は雲氷の混合比、 q_r は雨水の混合比、 q_s は雪の混合比、 u と w は、水平方向及び鉛直方向の流速、 ρ は空気密度、 V_r と V_s は、降雨粒子及び降雪粒子の落下速度である。また、 S_v, S_c, S_i, S_r 及び S_s は、それぞれ発生項を表している。また、気温 T に対する熱力学エネルギー方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} - w \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \Gamma_d \right) + \frac{S_h}{\rho} \quad (8)$$

ここに、 T は、温度、 Γ_d は、乾燥断熱減率、 S_h は、発生項である。

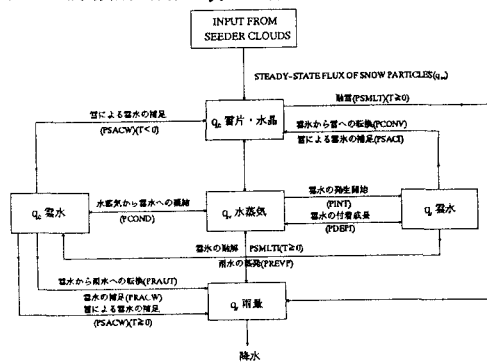


図-1 ホップスモデル

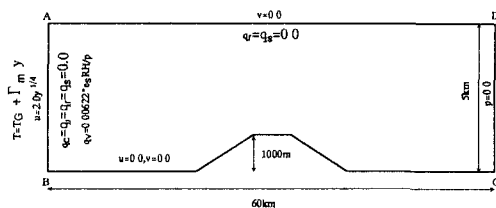


図-2 解析領域図

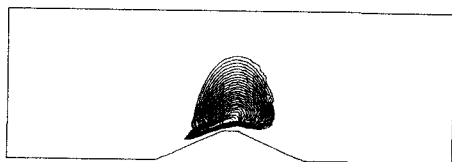


図-3 雲水混合比の分布 (900s.)

3 有限要素法

降雨場及び流れ場の基礎方程式に対して、それぞれ3段階テイラーガラキン有限要素法^[3]によって離散化を行う。計算は各時刻ステップ毎に流速を求め、それを用いて降雨場の解析を行う速度場と降雨場の連成解析を用いている。

4 数値解析例

数値解析例として、図-2に示す1つ山が存在する場合の解析例を示す。計算の対象範囲は、水平方向に60km、鉛直方向に5kmとした。要素総数は6000、節点総数は3111である。なお山の高さは1000mと仮定した。計算条件として、微小時間増分量 Δt は3秒とした。また速度場の境界条件として、風上境界(境界A-B)では水平方向の流速分布を $u = 2z^{\frac{1}{2}}(ms^{-1})$ 、風下境界(境界C-D)で圧力0を与えている。また降雨場の境界条件としては、風上側からは常に飽和水蒸気が次式で供給されると仮定する。 $q_v(Z) = 0.00622 \times \frac{e_s(T(z))RH}{p(z)}$ 、ここで、 e_s は飽和水蒸気圧、 RH は相対湿度、 $p(z)$ は大気圧を示す。また、その他の雲水、雲氷、雨水、雪の供給は0、気温 T は、次式で与えられる。 $T = T_G - \Gamma_m z$ 、ここで、 z は標高、 T_G は地上での温度(K)、 Γ_m は湿潤断熱減率である。また、初期条件として領域全体が飽和で、温度が領域全体で与えられるとする。ここでは、地上の温度を15℃に設定して解析を行う。

図-3は時刻900s.の時の雲水量の分布図であり、図-4は雨水及び雪の混合比の分布図である。直線で表されているのが雨の混合比で、点線で表されているのが雪の混合比また、太線で表されているのが、絶対温度(273.16Kまたは0℃)のラインである。この図より地表面より約2400m付近に融解層があり、その下側に融解過程にある雪と雨の混合した層が存在していることが分かる。また、図-5は地上での降雨強度を、図-6は上空2500mでの降雪強度を示す。これらより山頂付近で、降雨強度及び降雪強度のピークが確認でき、定性的に自然現象と一致しているといえる。

5. おわりに

本報告において、有限要素法によりホブスモデルに基づく冷たい雨に対する地形性降雨の解析を行った。氷晶の効果を検討したこと、今までの温かい雨のモデルであるケスラーモデルでは再現できなかった、融解層や降雪などが再現可能となった。また、これらの結果は定性的に自然現象と一致しているといえる。今後は、ホブスモデルの各過程に対する詳細な考察を行い、3次元及び実地形問題への適用を検討していく予定である。

参考文献

[1] A.Rutledge and V.Hobbs, The Mesoscale and Microscale Structure and Organization of Clouds and Precipitation in Midlatitude Cyclones,VIII:A Model for the Seeder-Feeder Process in Warm-Frontal Rainbands, J.Almos. Vol. 40, pp. 1185-1206,1983.

[2] K.Kashiyama ,C.jiang and T.Yamada, Three step Taylor-Galerkin finite element method for orographic rainfall, J. of Wind Engineering. Vol. 52, pp. 158-163,1992.

[3] C.B.jiang, M.Kawahara, K,Hatanaka, K,Kashiyama, A three-step finit element method for convection dominated incompressible flow, Comp Fluid Dyn., Vol.1,pp. 443-462,1993

[4] J.Donea, A Taylor-Galerkin method for convective transport problems, Int.J.Numer.Eng, 20,101-119,1984

[5] 松浦正典, 深川岳人, 茂木正, 山田正, 雪及び氷晶を考慮した冷たい雨のシュミレーションと降雨モデルに関する研究, 第19回関東支部講演概要集,pp122-123,1992

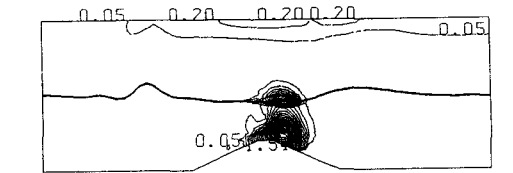


図-4 雨水及び雪の混合比分布図(900s.)

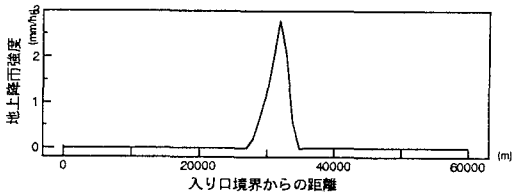


図-5 地上降雨強度図

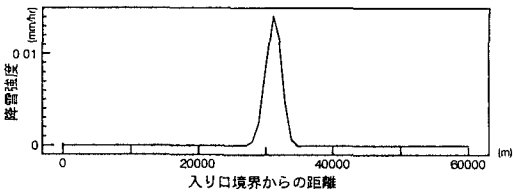


図-6 上空2500mでの降雪強度図