

1. はじめに

従来より、差分法や有限要素法を用いた東京湾における潮流解析は、多数行われてきた。^{1,2}等 しかし、差分法の格子分割図では東京湾の複雑な地形を表現するためには十分でなく、また、有限要素法の有限要素分割図についても、従来のものでは、東京湾の地形を正確に再現しているとはいえない。本研究は、東京湾の地形を細部まで再現した有限要素法を用いて地形の影響を十分考慮した潮流解析を行ったものである。また、時間方向の離散化手法には、従来、浅水長波解析において有効に用いられてきた二段階陽的解法³に代わり、これよりも精度を一次向上させた三段階陽的解法を用いた。

2. 基礎方程式と境界条件

基礎方程式には、非圧粘性流体を仮定した非定常非線形の浅水長波流れの基礎方程式を用いる。⁴

$$U_i + U_j U_{i,j} + g \zeta_{,i} - A_l (U_{i,j} + U_{j,i})_{,j} + \frac{C_b U_i}{h + \zeta} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\zeta} + \{(h + \zeta) U_i\}_{,i} = 0 \quad (2)$$

ここで U_i 、 ζ はそれぞれ流速、水位変動量を、 h 、 g はそれぞれ水深、重力加速度を表す。また、 A_l は鉛直方向に平均化された渦動粘性係数とし、 C_b は底面動摩擦係数とする。

境界条件は、次の式で表される。

$$U_i = \hat{U}_i \quad \text{on} \quad S_1, \quad \zeta = \hat{\zeta} \quad \text{on} \quad S_2 \quad (3)$$

ここで、 $\hat{\quad}$ は既知量を表し、 S_1, S_2 はそれぞれ境界を表す。

3. 有限要素方程式

(1)、(2) に対する空間方向の離散化として、ガラーキン法に基づく有限要素法を用いる。これにより (4) および (5) のように記述される方程式が得られる。なお、要素としては、三節点三角形一次要素を使用する。

$$M_{\alpha\beta} U_{\beta,i} + K_{\alpha\beta\gamma j} U_{\beta j} U_{\gamma i} + H_{\alpha\beta i} \zeta_{\beta} + M_{\alpha\beta} \frac{C_b U_{\beta i}}{h_{\beta} + \zeta_{\beta}} + S_{\alpha i \beta j} U_{\beta j} = 0 \quad (4)$$

$$M_{\alpha\beta} \zeta_{\beta} + B_{\alpha\beta i \gamma} U_{\beta i} U_{\gamma i} (h_{\gamma} + \zeta_{\gamma}) + C_{\alpha\beta i} U_{\beta i} (h_{\gamma} + \zeta_{\gamma}) = 0 \quad (5)$$

なお、 M 、 K 、 H 、 S 、 B 、 C は、有限要素法により導かれる係数マトリックスである。

時間方向の離散化手法には、三段階陽的解法を用いる。これにより得られる方程式は、時刻 t における支配方程式を $f(t)$ 、微小時間増分量を Δt とすると、(6)、(7)、(8) のように記述できる。

第一段階

$$f(t + \frac{\Delta t}{3}) = f(t) + \frac{\Delta t}{3} \frac{\partial f(t)}{\partial t} \quad (6)$$

第2段階

$$f(t + \frac{\Delta t}{2}) = f(t) + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial f(t + \frac{\Delta t}{3})}{\partial t} \quad (7)$$

第3段階

$$f(t + \Delta t) = f(t) + \Delta t \frac{\partial f(t + \frac{\Delta t}{2})}{\partial t} \quad (8)$$

3. 解析結果

本研究で用いた有限要素分割図を図-1に示す。これは、平成5年9月に海上保安庁より出版された海図をもとに作成したものである。節点数は4118、要素数は6425である。境界条件としては、閉境界で流速 $u = 0$ 、 $v = 0.0$ 、島部と海域との境界である内部境界でスリップ条件、開境界水位変動量 ζ を与えるものとする。本研究では、この与え方として二通りの場合について解析を行った。主要四分潮のなかでも最も起潮力の高い M_2 分潮のみを考慮した場合と、主要四分潮即ち、 M_2 、 S_2 、 K_1 、 O_1 分潮を考慮した場合である。これらの分潮は、それぞれ固有の振幅、周期をもつ正弦波として表される。また、渦動粘性係数 $A_1 = 10.0(m^2/sec.)$ 、底面動摩擦係数 $C_b = gm^2\sqrt{u^2 + v^2}/h^{\frac{3}{2}}$ のように水深 h 、流速 u 、 v 、マンニングの粗度係数 n で規定されるものとし、ここでは、マンニングの粗度係数 $n = 0.04$ としている。微小時間増分量 $dt = 9.0(sec.)$ 、ランピングパラメーター $e = 0.90$ とした。図-2に羽田における M_2 分潮による水位変動量を示す。振幅が多少低くなっているが、実測値とよく一致しているといえる。図-3、図-4に湾口の剣崎からそれぞれ北に24.8km、東に9.0kmの地点1、北に30km、東に3.8kmの地点2における下げ潮時の流速ベクトルを示す。流速の方向はよく一致しているが、流速の大きさに差異がみられる。

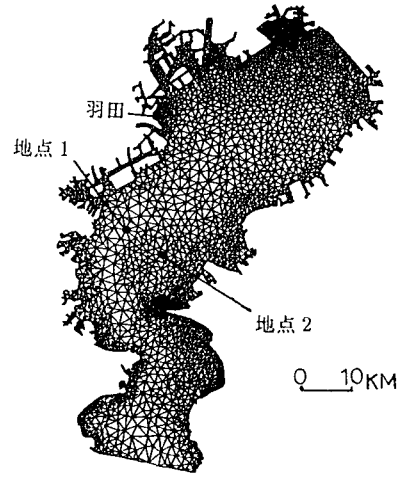


図-1 有限要素分割図
節点数;4118 要素数;6425

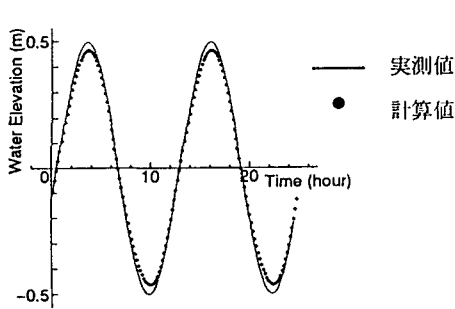


図-2 羽田における水位変動量

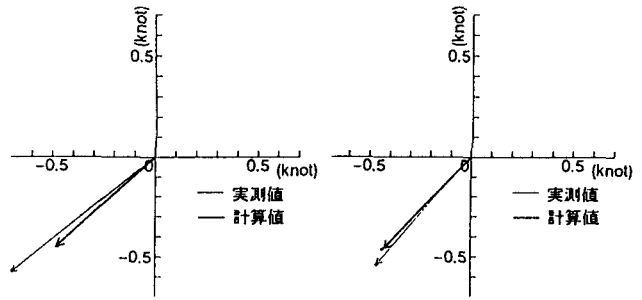


図-3 地点1における流速ベクトル 図-4 地点2における流速ベクトル

4. おわりに

本研究において、地形の影響を十分考慮した潮流解析を行った。今後は、実測結果とのより綿密な比較を行い、本研究における結果の有用性を検討していく予定である。

参考文献:

1. 市原正史 "東京湾の潮流観測とシミュレーション", 第27回海岸工学講演論文集, pp448-452 (1980)
2. 児玉敏雄 "浅水長波方程式の有限要素解析とその応用に関する研究", 中央大学工学博士論文, p193 (1992)
3. Mutsuto Kawahara, Hirokazu Hirano and Khoji Tsubota, "Selective lumping finite element method for shallow water flow" International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol.2, pp89-112 (1982)
4. 檜山和男 "水環境における流れ解析の基礎 -有限要素法を中心として-" 水質予測モデルの基礎と実際 2 水環境学会講演資料集, pp14-36 (1992)