

(I - 31) 周期的な曲げを受ける鋼 I 形部材の動的安定解析

山梨大学工学部 正員 岡村 美好

山梨大学工学部 黄 曉競

山梨大学工学部 正員 深沢 泰晴

1. はじめに 周期的な曲げを受ける I 形断面部材の動的不安定問題については、既に多くの研究が報告されているが、その多くははり理論あるいは腹板に板理論を適用した解析^{1),2)}であり、フランジも含めた断面変形を考慮した解析はほとんど行われていない。しかし、断面変形を考慮したプレートガーダーの高次の固有振動モードにおいては、腹板の変形だけでなくフランジの変形も無視できなくなることが明らかになっている³⁾。そこで、本研究では、周期的な曲げを受ける鋼 I 形部材の動的不安定問題について、有限帯板法を用いることによりフランジの変形も考慮した解析を行った。

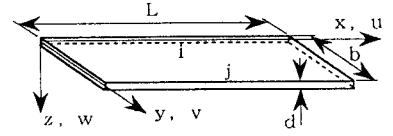


図-1 帯板要素

2. 解析方法 図-1に示す帯板要素について、両端単純支持を仮定し、 x, y, z 軸方向変位成分 u, v, w として次式を用いた。

$$u = \sum_{m=1}^r (1 - \eta) \eta \left\{ \begin{matrix} u_{i,m} \\ u_{j,m} \end{matrix} \right\} \cos k_m x, \quad v = \sum_{m=1}^r (1 - \eta) \eta \left\{ \begin{matrix} v_{i,m} \\ v_{j,m} \end{matrix} \right\} \sin k_m x \quad (1)a,b$$

$$w = \sum_{m=1}^r \left\{ (1 - 3\eta^2 + 2\eta^3) y(1 - 2\eta + 2\eta^2) (3\eta^2 - 2\eta^3) y(\eta^2 - \eta) \right\} \left\{ \begin{matrix} w_{i,m} \\ \theta_{i,m} \\ w_{j,m} \\ \theta_{j,m} \end{matrix} \right\} \sin k_m x \quad (1)c$$

ただし、 $k_m = m\pi/L$, $\eta = y/b$

ここに、 r は部材軸方向の波数、 $()_{um}$ は節線 i の第 m 項に対する各変位成分の振幅である。

図-2のような周期的な曲げを受ける場合の系全体に対する運動方程式は次式で表される。

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K] + (\sigma_0 + \sigma_1 \cos \Omega t)[K_G]\{U\} = \{0\} \quad (2)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[K_G]$ 、 $\{U\}$ は質量マトリクス、剛性マトリクス、幾何剛性マトリクス、および節線変位ベクトルであり、 σ_0 、 σ_1 は静的圧縮応力、周期的な圧縮応力の最大値である。式(2)の一般解を次式で仮定する。

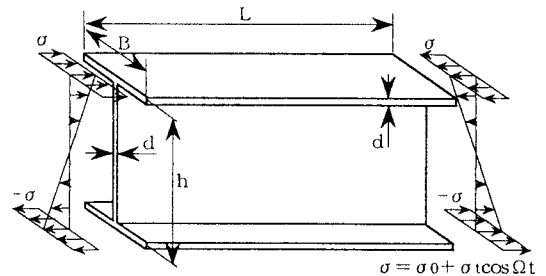


図-2 曲げを受ける I 形部材

$$\{U\} = e^{\lambda t} \left[\frac{1}{2} \{b_0\} + \sum_{s=1}^{\infty} (\{a_s\} \sin \Omega_s t + \{b_s\} \cos \Omega_s t) \right] \quad (3)$$

ここに、 $\{a_s\}$ 、 $\{b_s\}$ は時間に無関係なベクトルであり、 λ は未定係数である。式(3)を式(2)に代入し、調和バランス法を用いて系の安定性を評価する。

3. 数値解析結果と考察

3.1 解析モデル 図-2において、 $h=30\text{cm}$ 、 $B=28\text{cm}$ 、 $d=1\text{cm}$ の断面について解析を行った。また、弾性定数 $E=206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、単位質量 $\rho=0.784 \times 10^4 \text{kg/m}^3$ とし、帯板要素はフランジ4要素、腹板4要素の計12要素とした。

3.2 固有振動解析 図-3に、 $L/h=2.0$ の部材について部材軸方向波数 $r=1$ としたときの第6次までの断面変

形モードおよび固有円振動数を示す。それぞれの振動モードは、第1次モードから弱軸回りの曲げ振動、ねじれ振動、強軸回りの曲げ振動、縦振動、弱軸回りの曲げ振動であり、第3次以上のモードではフランジに曲げ変形が生じている。

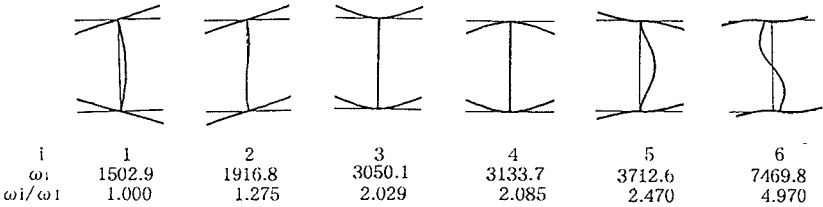


図-3 固有振動モード

3.3 動的不安定解析 図-4はL/h=2.0の部材について $\sigma_0=0$ 、部材軸方向波数r=1としたときの動的不安定領域図である。縦軸はフランジ上縁における曲げ応力 σ_t と横倒れ座屈応力 σ_α の比 σ_t/σ_α 、横軸は曲げ応力の円振動数 Ω と第1次固有円振動数 ω_1 の比 Ω/ω_1 で表し、斜線部分が不安定領域である。また、図中の $\omega_1+\omega_j$ は第i次と第j次の結合共振であることを表す。ここでは、式(3)における級数項を $s=1$ まで用い、 σ_t/σ_α を固定して Ω/ω_1 を0.1刻みで変化させて系の安定性を評価した。したがって、不安定領域の幅

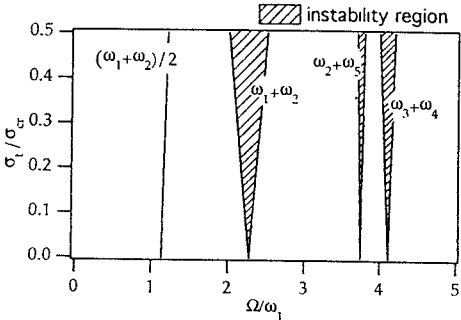


図-4 不安定領域

が0.1以下のものは示されていない。 $\omega_1+\omega_2$ 、 $\omega_2+\omega_5$ 、 $\omega_3+\omega_4$ の結合共振が生じているが、 $\omega_1+\omega_2$ と $\omega_2+\omega_5$ は弱軸回りの曲げ振動とねじり振動の結合共振であり、固有円振動数の値が接近している $\omega_1+\omega_2$ のほうが広い不安定領域となっている。また、 $\omega_3+\omega_4$ は強軸回りの曲げ振動と縦振動の結合共振であり、フランジの変形を考慮したことにより現れたものである。

図-5は外力の円振動数 $\Omega=\omega_1+\omega_2$ 、 $\omega_3+\omega_4$ の場合の時間応答である。それぞれ対応する固有振動モード（第1次および第3次モード）を初期変形として与え、 $\omega_1+\omega_2$ はスパン中央断面の図心における横方向変位、 $\omega_3+\omega_4$ はスパン中央断面のフランジ縁端部における鉛直方向変位を求めた。縦軸は応答変位を初期変位で無次元化し、横軸は時間を第1次固有周期で無次元化してある。いずれも発散応答であり、不安定領域の幅が広い $\omega_1+\omega_2$ の方が急激な発散となっている。図中に変形モードも示したが、 $\omega_1+\omega_2$ は圧縮応力を受けるフランジのねじれ変形と腹板の曲げ変形、 $\omega_3+\omega_4$ はフランジの曲げ変形となっている。

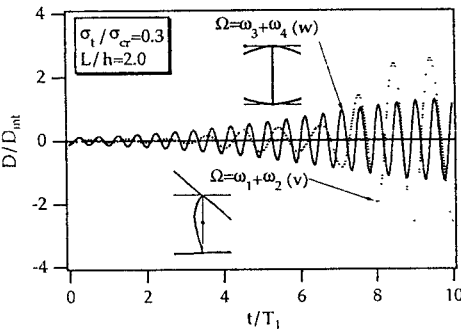


図-5 不安定挙動

4. まとめ 周期的な曲げを受ける鋼I形部材の動的不安定問題について、有限帯板法を用いて断面変形を考慮した解析を行った。これにより、従来の解析で求められている腹板の面外への曲げ振動の結合共振に加えて、フランジの変形が支配的な強軸回りの曲げ振動と縦振動の結合共振を求めることができた。また、応答計算により不安定領域における挙動および変形モードを確認した。

参考文献 1)高橋、田川、池田、松川：面内曲げを受ける長方形板の動的安定性、土木学会論文報告集、第341号、1984。 2)Kuranishi,Fukaya,Shima:Vibration of an Initially Deflected Web Plate under Periodic Beam Bending, Proc. of JSCE, No.341,1984。 3)岡村、深沢：鋼薄肉断面ばりの固有振動モード解析、土木学会第46回年次学術講演会、1991。