

([- 17) 補剛材が全長には配置されていない補剛板の弾性座屈荷重計算法

武蔵工業大学 正 員 西脇威夫

武蔵工業大学 正 員 増田陳紀

武蔵工業大学 ○学生員 高橋 実

1. はじめに

補剛材が全長に配置されている補剛板の弾性座屈荷重に関する研究はすでに数多く行われているが、補剛材が全長には配置されていない補剛板の弾性座屈荷重に関する研究は理論解析的な検討が困難なためかその例がほとんどない。本報告は後者の研究を進めるための一つの解法を提案し、解析例を通してその妥当性を示すものである。以下、弾性座屈荷重を単に座屈荷重と称する。

2. 座屈荷重の計算方法

提案する座屈荷重の計算方法は、初期変形のある構造要素の幾何学的非線形 F E M 解析と座屈実験より座屈荷重を求める Southwell の提案した方法¹⁾とを組み合わせたものであり、以下に示すように座屈荷重計算と座屈モード計算との 2 段階の計算過程から構成される。

(1) 座屈荷重計算

Southwell は柱および板の荷重が座屈荷重に近いときに示す荷重－たわみ関係を用いて座屈荷重を計算する方法を示した¹⁾。初期変形のある板の幾何学的非線形 F E M 解析より得られる荷重－たわみ関係にこの方法を応用する。もし正確な座屈モードを初期変形モードに用いるならば、荷重が小さくて荷重－たわみ関係がほとんど線形関係である区間に Southwell の方法を用いることができる。Southwell が示した荷重－たわみ関係から座屈荷重を計算する式を変形すれば式(1)が得られる。

$$\frac{1}{N_{cr}} = \frac{\left[\frac{w_1'}{N'} \right] - \left[\frac{w_1}{N} \right]}{w_1' - w_1} \quad \dots(1)$$

ここに、N：荷重、 w_1 ：Nによって生じる追加たわみ、 N' ：Nに荷重増分量を加えた荷重、 w_1' ： N' によって生じる追加たわみ、 N_{cr} ：推定座屈荷重である。

(2) 座屈モード計算

荷重が小さくて荷重－たわみ関係がほとんど線形関係である区間において式(1)により座屈荷重を求めるためには、その荷重－たわみ関係が正確な座屈モードを初期変形モードに用いた場合の荷重－たわみ関係である必要がある。この荷重－たわみ関係を計算するのに使用する座屈モードを求めるために初期変形のある板の幾何学的非線形 F E M 解析を行う。任意の初期変形は固有関数を用いて多項式に展開できるが、座屈荷重近傍で示す変形はその多項式の第 1 項あるいは最低次の座屈モードに大きく支配される¹⁾。幾何学的非線形 F E M 解析によって荷重を座屈荷重に近づけながら座屈荷重近傍での変形を求め、その変形モードを初期変形モードとし、再度、載荷計算を座屈荷重近くまで実施して変形を再び求める。すなわち、前段階の最終変形モードを次の座屈モード計算の初期変形モードに持ち越して載荷計算を繰り返すことによって収束変形モードを求める方法である。載荷する荷重は、高次の座屈モードを求めてしまわないためや座屈後変形モードの座屈モードに及ぼす影響を抑えるためにその予想される座屈荷重に等しいかそれ以下とする。この計算は正確な荷重－たわみ関係を求めるのではなく変形モードを最終的に正しく求めることから、必ずしも各増分区間で不釣り合い力ノルムを小さくしなくても良い。

3. 解析例と計算方法の妥当性の検証

解析対象は図-1に示すような縦補剛材（点線で示す）を持ち一方方向に一樣に圧縮される周辺単純支持正方形板である。板パネル長を a 、補剛材の長さを荷重辺から L とすると、 L/a が0%と100%の場合の理論解は既知である。補剛材の剛比、断面積比はそれぞれ ∞ 、0とする。縦補剛材長は L/a が0, 12.5, 25, 37.5, 50, 62.5, 75, 87.5, 100%の場合を取り上げる。幾何学的非線形FEM解析法は、応力仮定のハイブリッド法に基づいて定式化された1節点6自由度の三角形薄板要素を用いた座標表示による離散化要素解析法²⁾の増分型を用い、増分制御方法は荷重制御法を用いる。 L/a が100%の補剛板から計算を開始し、 L/a が減少する方向に順次計算する。最初の座屈モード計算に対する初期変形モードは、 L/a が100%の補剛板の場合には理論座屈モードを用い、 L/a が87.5~0%の補剛板の場合には、一つ前の L/a の値を持つ補剛板の座屈モード計算において最終的に得られた変形モードを用いる。最初の座屈モード計算における荷重増分量は、 L/a が100%の補剛板の場合には理論座屈荷重に対して30%とし、最終的に90%まで載荷する。また、 L/a が87.5~0%の補剛板の場合には、一つ前の L/a の値を持つ補剛板の座屈荷重計算で得られた推定座屈荷重に対して30%とし、最終的に90%とする。座屈モード計算と座屈荷重計算における補剛板の初期変形の大きさはその最大値が板厚 t の1/1000となるようにする。また、座屈モード計算と座屈荷重計算における収束判定基準としての不釣り合い力ノルムは一荷重増分に対して5%とする。図-2に L/a と推定座屈係数 k の関係を示す。要素分割は図-1に示す16×16の分割を用いた。一連の計算で最後に得られる $L/a=0\%$ に対する推定座屈係数は理論解と一致しており、本計算方法の妥当性が明らかである。なお、 $L/a=100\%$ に対する解析解の理論解との相対誤差は2.8%であり、要素分割数が $L/a=0\%$ に比べて相対的に少ないことによるものである。

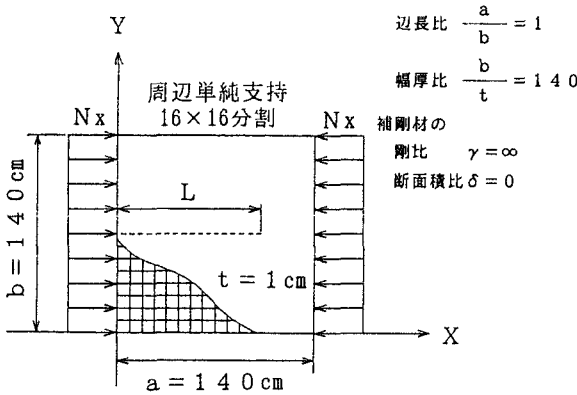


図-1 解析対象と解析モデル

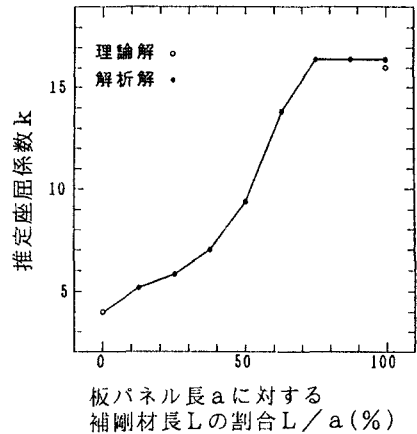


図-2 推定座屈係数

4. おわりに

本計算方法によれば、大きな計算量を必要とする通常の固有値計算を用いずに座屈変形モードである固有ベクトルと座屈荷重である固有値とを求めることができる。ここでは対象を補剛材が全長には配置されていない補剛板に限定しているものの、この方法は他の問題にも適用可能な方法と思われる。今後は、Rayleigh商を用いるなどして計算の効率化を更に図るとともに、より複雑な荷重条件、より複雑な補剛材配置の補剛板の座屈荷重や、非荷重辺の剛性、補剛材の剛性が座屈荷重へ及ぼす影響についての検討を行う予定である。

- 1) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, Second Edition, pp.190-192 and pp.344-346, McGraw-Hill, 1961.
- 2) 吉田 裕・増田陳紀・松田 隆：薄板で構成される立体構造の弾塑性・大変位離散化要素解析法，土木学会論文報告集，第288号，pp.41-55，1979年8月。