(Ⅰ－13) 線状地中埋設構造物の軸方向地盤バネ定数について

ハザマ技術研究所　松原勝己

1. まえがき

現在、シールドトンネル、共同溝および地中埋設管等の線状地中埋設構造物の耐震設計は、自由地盤内の地震時の変位を、地盤バネを介して構造物に静的に作用させて断面力を求める応答変位法がよく用いられる。その際、地盤バネ定数の設定とその方法が重要な問題となる。地盤バネ定数は、線状地中埋設構造物の断面形状・大きさ、地盤の剛性および境界条件等に関連するものと考えられるが、設計上の簡便さから、地盤のせん断弾性係数の定数倍として設定する方法が用いられることがある[1)]。しかしながら、この方法の妥当性や理論的背景は必ずしも明確ではないように思われる。本報告では、地盤を弾性体と仮定し、円形断面の地中埋設構造物に対する軸方向の地盤バネ定数を静的弾性論によって評価しようとするものである。

2. 基本方程式

変位で表した静的弾性体の基本方程式は、次式で表される[2)]。

$$G\nabla^2(u,\ v,\ w)+(\lambda+G)(\partial/\partial x,\ \partial/\partial y,\ \partial/\partial z)e+(X,\ Y,\ Z)=0 \qquad (1)$$

ここに、$\nabla^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2+\partial^2/\partial z^2$

$$e=\partial u/\partial x+\partial v/\partial y+\partial w/\partial z$$

$$\lambda=\frac{G}{1-2\nu}$$

G：地盤のせん断弾性定数、ν：ポアソン比、u，v，w：x，y，z 方向の変位、X，Y，Z：x，y，z 方向の物体力

線状地中埋設構造物の軸方向をz方向にとり、z方向の変位wに関する基本方程式について、平面ひずみの条件（$\partial/\partial z=0$）と物体力Z＝0の条件を考慮すれば、式(1)より、

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0 \qquad (2)$$

また、ひずみと変位の関係および応力とひずみの関係から

$$\tau_{zx}=G\frac{\partial w}{\partial x}\quad,\quad \tau_{yz}=G\frac{\partial w}{\partial y} \qquad (3)$$

式(2)および(3)を円筒座標系で表示すれば、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}=0 \qquad (4)$$

$$\tau_{zr}=G\frac{\partial w}{\partial r}\quad,\quad \tau_{z\theta}=G\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}$$

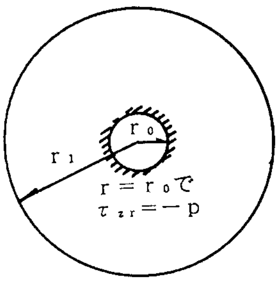
3. 円孔にせん断応力を作用させた時の解

式(4)を用いて、半径r_0の円孔の内部にせん断応力（作用方向は紙面直角）を作用させた時の解を求める。地表面の影響が無視できると仮定し、式(4)においてθに無関係という条件$\partial/\partial\theta=0$を考慮すれば、

$$\frac{d^2 w}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dw}{dr}=0 \qquad (5)$$

すなわち、

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw}{dr}\right)=0 \qquad (6)$$



$r=r_1$で$w=0$

図-1　解析モデル

したがって、

$$w = c_1 \log r + c_2 \qquad (7)$$

ここに、c_1およびc_2は境界条件より定まる定数である。$r = r_0$において一様なせん断応力が作用する条件$\tau_{zr} = -p$より

$$\tau_{zr} = G\frac{\partial w}{\partial r} = Gc_1\frac{1}{r} = -p$$

すなわち

$$c_1 = -\frac{r_0 p}{G} \qquad (8)$$

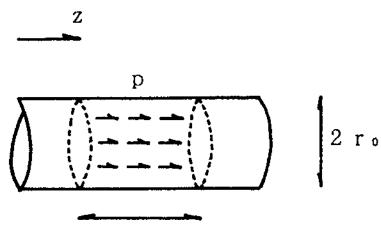


図-2　軸方向地盤バネ

さらに、$r = r_1$で変位がゼロになると仮定すれば、

$$c_1 \log r_1 + c_2 = 0$$

すなわち

$$c_2 = -c_1 \log r_1 = \frac{r_0 p}{G}\log r_1 \qquad (9)$$

式(7)、(8)および(9)より、変位wは、以下のように求まる。

$$w = \frac{r_0 p}{G}\log\frac{r_1}{r} \qquad (10)$$

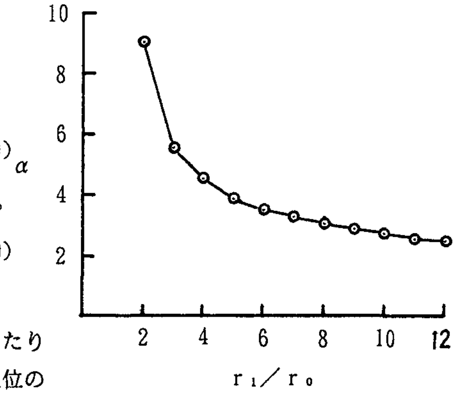


図-3　αと$r_1／r_0$の関係

4. <u>軸方向地盤バネ定数</u>

図-2に示すように、線状地中埋設構造物に対する単位長さ当たりの軸方向地盤バネ定数をkとすれば、埋設構造物に働く力と変位の関係から、

$$2\pi r_0 \cdot 1 \cdot p = k \cdot (w)_{r=r_0} \qquad (11)$$

式(10)より、

$$(w)_{r=r_0} = \frac{r_0 p}{G}\log\frac{r_1}{r_0} \qquad (12)$$

したがって、式(11)および(12)より

$$k = \alpha G \quad , \quad \alpha = \frac{2\pi}{\log(r_1/r_0)} \qquad (13)$$

ここに、r_0：地中埋設構造物の半径、r_1：変位がゼロとなる半径　である。

式(13)によれば、地盤バネ定数が地盤のせん断弾性係数Gおよび埋設構造物の半径と変位がゼロになる半径の比$r_1／r_0$に関係することがわかる。式(13)を用いて、係数αと$r_1／r_0$の関係を図示すれば、図-3のようになる。

図-3によれば、係数αは、$r_1／r_0$の増加に伴って減少するが、$r_1／r_0$が10程度からαの低減が小さくなることがわかる。

5. <u>あとがき</u>

本報では、円形断面を有する線状地中埋設構造物の軸方向地盤バネ定数を、静的弾性論によって評価した。その結果、地盤のせん断弾性係数および埋設構造物の半径と変位がゼロとなる半径の比に関連することが示された。今後は、軸直角方向の地盤バネ定数についても同様の検討を実施して行く予定である。

＜参考文献＞

1)土木学会編：動的解析と耐震設計、第4巻ライフライン施設、技報堂出版、1989年

2)Y．C．ファン：固体の力学／理論、培風館、昭和52年