

(Ⅱ -13) コリオリ力と底面摩擦を考慮した湾水振動解析

中央大学 学生員 長風伸夫
中央大学 正会員 榎山和男

1. はじめに

これまで、港湾の設計や管理上において重要である、湾水振動の解析手法が数多く提案されている。しかし、ほとんどの方法がエネルギー減衰を考慮していないため、共振周期において計算値が実測値に比べて非常に高い値になるという問題点が指摘されている。また、大規模港湾などにおいては、コリオリ力の影響も無視し得ないものと考えられる。

本研究は、海底摩擦によるエネルギー減衰とコリオリ力を考慮した湾水振動の数値解析手法を提案し、それらの影響について検討を行うものである。数値解析手法としては、従来の有限要素法と比較して高精度である境界型有限要素法と解析解を用いる結合解法^[1]を用いている。数値解析例として、わが国で最も干満の差が大きい有明海の湾水振動解析を行った。

2. 基礎方程式と離散化

流体は、非圧縮・非粘性で非回転の流体運動を仮定する。基礎方程式としては、次式のマイルドスロープ方程式(緩勾配方程式)を用い、また境界条件は、次のように与える。(図-1 参照)

$$(\lambda C C_g \eta_{,i})_{,i} + k^2 C C_g \eta = 0 \quad \text{in } \Omega = \Omega_i \oplus \Omega_o \quad (1)$$

$$\eta_{,n} = ik \sin \theta \frac{1 - K_r}{1 + K_r} \eta \quad \text{on } \Gamma_S \quad (2)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} (\eta_{sc,r} - ik \eta_{sc}) = 0 \quad \text{on } \Gamma_\infty \quad (3)$$

ここで、 η は合成波の振幅関数、 C は波速、 C_g は群速度、 k は波数である。また、 n は外向き法線、 i は虚数単位、 K_r, θ は壁面での反射率である。また、(1)式の λ は次式で定義される。

$$\lambda = \frac{(\omega + i\varepsilon) \omega}{(\omega + i\varepsilon)^2 - f_c^2} \quad (4)$$

ここで、複素摩擦係数 ε とコリオリ力 f_c は、次式で定義される。

$$\varepsilon = \frac{\beta \omega A}{kh} \exp(i\gamma), \quad f_c = 2\omega_o \sin \phi \quad (5)$$

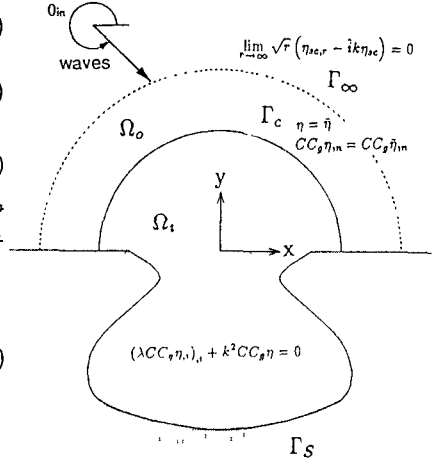


図-1 領域定義図

ここに、 ω は波の角振動数、 β は無次元摩擦係数、 A は入射波の最大振幅、 γ は底面流速との位相差である。また、 ϕ は緯度であり、 ω_o は 2π を1恒星日で除したもので $\omega_o = 7.292 \times 10^{-5} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$ となる。

また、合成波の振幅関数 η は、線形であるので入射波の振幅関数(η_{in})・反射波の振幅関数(η_{re})・散乱波の振幅関数(η_{sc})の和で示され、入射波・反射波の振幅関数は既知項である。また、開境界 Γ_c 上では、圧力と流速の連続条件を自然境界条件として満足させるために、ハイブリッド型の変分原理^[2]を導入した。

そして、汎関数式を停留化し、内部領域 Ω_i には三角形境界型有限要素、外部領域 Ω_o には開境界 Γ_c 上に幾つかの節点を持つ特殊要素を用いて離散化を行うと、最終的に次式のような有限要素方程式が得られる。

$$[K]\{\eta\} = \{F\} \quad (6)$$

ここに、 $[K]$ は対称な剛性マトリックス、 $\{F\}$ は入射波による荷重項である。

3. 数値解析例

本手法の有用性を検討するために、解析解と実験結果が存在する長方形港湾の湾水振動問題に適用した。図-2に、計算に用いた有限要素分割図を示す。計算条件として、無次元摩擦係数 $\beta = 10$ とした。図-3に、点Pにおける周波数応答曲線を示す。図中、実線が本手法による計算結果、破線が海底摩擦によるエネルギー減衰を

無視した場合の解析解、○印と●印は実験結果である。図より、計算結果は実験結果と良い一致を示していることがわかる。

次に、コリオリ力の影響を考慮して、有明海の湾水振動問題に適用した。図-4 に、計算に用いた有限要素分割図を示す。計算条件として、緯度 $\phi=33^\circ$ とし、この例題では海底摩擦の影響は無視した。図-5 に、点P（住之江）における周波数応答曲線を示す。図より、コリオリ力を考慮することにより計算結果に有為な差異が生じ、考慮しない場合と比較して共振周期が短くなることがわかる。

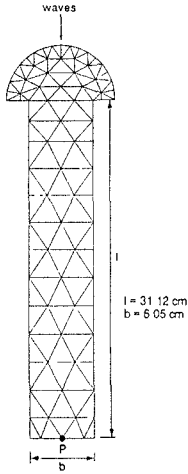


図-2 有限要素分割図

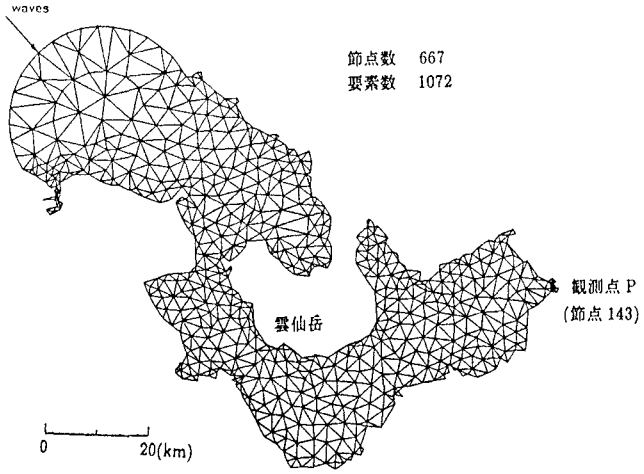


図-4 有限要素分割図

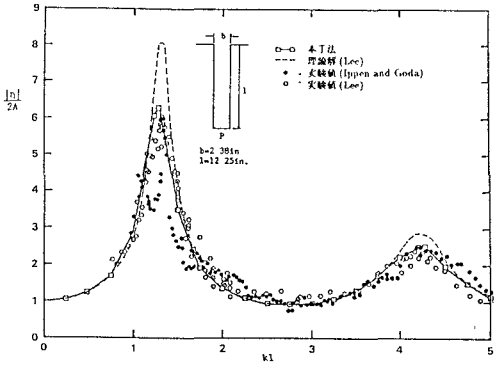


図-3 周波数応答曲線

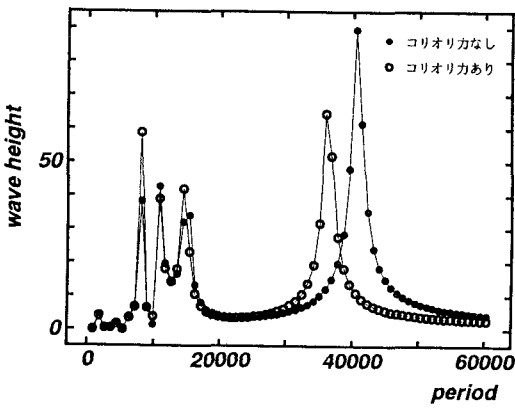


図-5 周波数応答曲線

4. おわりに

本研究によって、海底摩擦によるエネルギー減衰とコリオリ力を考慮した湾水振動の数値解析手法を提案し、それらの影響について検討を行った。本手法を、有明海の湾水振動解析に適用した結果、有為な差異が生じることがわかった。今後は、より定量的に検討を行っていく所存である。

参考文献:

[1] K.Kashiyama and M.Kawahara : A Boundary-Type Finite Element Model for Water Surface Wave Problems, Int.J.Number.Method Fluids,Vol.8,pp65-69 (1988)

[2] Chen.H.S : Effects of Bottom Friction and Boundary Absorption on Water Wave Scattering,Adv.Ocean Res,Vol.8,pp99-104 (1986)