

# ( I - 26 ) 平面骨組構造の有効座屈長に関する一考察

早稲田大学理工学部 正 員 依田 照彦  
早稲田大学理工学部 学生員 広瀬 剛

## 1. まえがき

圧縮部材を含む平面骨組構造の座屈強度は、実験や弾塑性有限変位解析に基づいて決定することが本来望ましい。しかしながら、通常の設計において、実験を行ったり弾塑性有限変位解析を実施することは容易でなく、非現実的である。そこで、設計基準類では、微小変位解析を用いて圧縮部材の断面設計を行ったとしても近似的に骨組構造の座屈強度を照査したことになるように、作用応力度と比較する強度の側に部材の座屈強度を考慮している。そこでは有効座屈長という概念が使われることが多い。有効座屈長は、簡単な式やノモグラフによっても与えられるが、その値は荷重の分布状態によって変化させないのが一般的であるので、場合によっては不経済な設計となり得る<sup>1)</sup>。しかしながら、有効座屈長を用いた座屈設計には簡便さという点で、捨て難いものがある。本報告では、従来の座屈設計法の考え方を踏襲して、固有値解析を用いて簡易に有効座屈長を算定する方法について検討する。

## 2. 固有値解析による有効座屈長の算定

周知のように、一本の柱の座屈荷重は

$$P_{cr} = E I \pi^2 / l_e^2 \quad (1)$$

と表される。ここに、 $P_{cr}$ ：座屈荷重、 $E$ ：ヤング率、 $I$ ：断面二次モーメント、 $l_e$ ：有効座屈長である。この式は一本の柱に対してだけでなく、骨組部材中の着目部材に適用することも可能である。つまり、式(1)は部材ごとの $P_{cr}$ が正しく評価されている場合には、常に正しい有効座屈長を与えと考えられる。この前提に立てば、有効座屈長 $l_e$ は、式(1)を用いて、

$$l_e = \pi \sqrt{E I / P_{cr}} \quad (2)$$

と表される<sup>2)</sup>。式(2)は、変断面部材にも $I$ を断面ごとに定義すれば拡張して適用できる。

今、骨組部材のうち着目部材( $i$ )に $N_i$ なる軸圧縮力が作用しているものとする。外力を比例的に増加させたとき $P_{cr,i}$ で着目部材が座屈したとすれば、 $N_i$ と $P_{cr,i}$ の間には次の関係式が成り立つ。

$$P_{cr,i} = \alpha N_i \quad (3)$$

式(3)において、 $\alpha$ は次の固有値方程式の固有値として求まる。

$$| K_E(E, I_i, l_i) - \alpha K_G(N_i) | = 0 \quad (4)$$

ここに、 $K_E$ ：弾性微小変位理論による剛性マトリックス、 $K_G$ ：幾何剛性マトリックスである。

従来の固有値解析による方法には、軸圧縮力の小さい部材が骨組部材中に存在するとその部材の有効座屈長が非常に長くなってしまう、あるいは、骨組構造の真の耐荷力が評価できない等の指摘がなされている。いろいろな改善案が提案されているが、本州四国連絡橋公団では吊橋主塔の設計要領<sup>3)</sup>のなかで、 $E_i$ 法と呼ばれる有効座屈長の算定法を使用している。この $E_i$ 法では、柱が梁により回転拘束を受けている場合には、弾性固有値解析による場合に比べて、有効座屈長の低減が図れ、経済性が向上するとされている。しかしながら、図1のような片持ちの柱を例にとると、弾性固有値解析による有効座屈長と $E_i$ 法による有効座屈長とがほぼ等しくなり、回転拘束のような拘束条件を変化させない限り、 $E_i$ 法の利点は少ないことが分かる。したがって、一般の

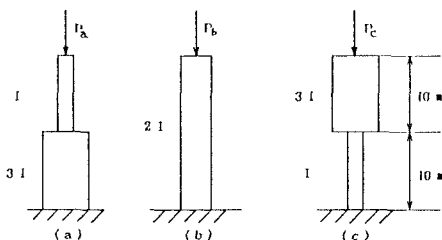


図1 片持ちの柱

骨組構造では、繰り返し計算を実行しなければならないE<sub>i</sub>法は簡易法とは考えにくい。

一方、図2に示すような2スパン連続はり一柱を例にとると<sup>4)</sup>、両端で等しい圧縮力を受ける場合には、部材①と②の有効座屈長は、固有値解析により、それぞれ

$$l_{e1} = 2.23L, \quad l_{e2} = 2.23L \quad (5)$$

となる。しかるに、軸圧縮力が部材①と②で種々変化する場合には、部材①と②の有効座屈長は、それぞれ

$$l_{e1} = 3L, \quad l_{e2} = L \quad (6)$$

と考えるのが妥当である。すなわち、単に両端に等しい軸圧縮力Pを作用させて有効座屈長を求めると、式(5)のように座屈強度に比べて作用する軸圧縮力の小さい部材(この場合には部材②)の有効座屈長が極端に長くなってしまふ。この種の問題が生じたのは、圧縮力Pのもとで部材①、②が同時に座屈していると仮定したことにある。したがって部材①と②で軸圧縮力P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>を変え、同時に座屈させるようにすれば、固有値解析で得られる有効座屈長はそれぞれ妥当な値になると考えられる。すなわち、部材を適切に定義した上で、有効座屈長に見合う軸力を部材ごとに変化させて、固有値解析を行えば、妥当な有効座屈長が定められるはずである。したがって、提案する固有値解析を用いた有効座屈長の定め方は以下ようになる。

① ノモグラフあるいは表を用いて各部材の有効座屈長 $l_{ei}$ を推定する。ノモグラフや表などにより推定できない場合には、部材長を $l_i$ とする。

② 各部材の推定有効座屈長 $l_{ei}$ を用いて、次式により各部材のオイラー座屈荷重 $N_{cri}$ を求める。

$$N_{cri} = EI_{m...} \pi^2 / l_{ei}^2 \quad (7)$$

ここに、 $I_{m...}$  : i 部材の平均断面二次モーメントである。

③ 式(7)で示される各部材の座屈荷重を次式の固有値方程式の中に代入して固有値 $\alpha$ を求める。

$$|K_E(E, l_i, l_i) - \alpha K_G(N_{cri})| = 0 \quad (8)$$

④ 式(8)の固有値が次の条件を満たすときには推定有効座屈長がすべて安全側であることを示している。

$$\alpha \geq 1 \quad (9)$$

一方、 $\alpha$ が1以下である場合には必要な数の $l_{ei}$ を変化させて①～③の作業を繰り返す。

⑤ 式(9)を満たす $\alpha$ について、次式より設計に用いる有効座屈長 $l_{ei}^*$ を算出する。

$$l_{ei}^* = \pi \sqrt{EI / \alpha N_{cri}} \quad (10)$$

そして、全ての部材の有効座屈長が妥当であると判断した時点で計算を終了する。付言するならば、この有効座屈長の決め方は荷重の分布性状に依存しない点に特徴があり、また簡便さも有していると思われる。

#### 参考文献

- 1) 野上邦栄：微小変位解析に基づく設計法、土木学会鋼構造委員会、鋼構造終局強度研究小委員会、終局強度設計分科会資料、1992、9。
- 2) 西野文雄・三木千寿・鈴木篤：道路橋示方書Ⅱ 鋼橋編改訂の背景と運用、第13章ラーメン構造、橋梁と基礎、1981、10。
- 3) 本州四国連絡橋公団：吊橋主塔設計要領・同解説、1989、4。
- 4) 宇佐美勉：鋼骨組構造物の座屈設計の問題点、第1回SGST拡大研究会論文集、1991、11。

表1 弾性固有値解析による方法とE<sub>i</sub>法の比較

|     | 固有値解析法         | E <sub>i</sub> 法 |
|-----|----------------|------------------|
| (a) | 27.4 m, 47.4 m | 26.9 m, 48.1 m   |
| (b) | 40.0 m         | 40.0 m           |
| (c) | 65.2 m, 37.6 m | 66.1 m, 37.6 m   |

(注)  $E = 7.23 \times 10^4 \text{ (tf/m}^2\text{)}, I = 3.74 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

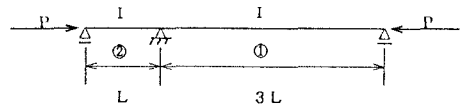


図2 2スパン連続はり一柱