(Ⅱ −35)　非定常密度流れの有限要素解析

江　春波[1], 川原　睦人[1], 樫山　和男[1]
[1]正会員, 中央大学理工学部土木工学科, 東京〒112

1. はじめに

本論文では、筆者らが提案したの三段階 Taylor-Galerkin 方法を用いて、非定常密度流れの解析を行ったことについて報告する.

2. 数値方法

流体は非圧粘性流体を仮定し、基礎方程式として以下に示す Navier-Stokes の運動方程式と連続方程式を用いる.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j u_{i,j} = -p_{,i}/\rho_0 + \nu(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} + f_i \rho/\rho_0 \tag{1}$$

$$u_{i,i} = 0 \tag{2}$$

三段階 Tayler-Galerkin 方法[1]を基礎方程式 (1)、(2) に適用すると次のように離散される.

$$\begin{aligned}
u_i^{n+1/3} - u_i^n &= \tfrac{\Delta t}{3}\left[-u_j^n u_{i,j}^n \quad -p_{,i}^n/\rho \quad +\nu(u_{i,j}^n + u_{j,i}^n)_{,j} \quad +f_i^n\right] \\
u_i^{n+1/2} - u_i^n &= \tfrac{\Delta t}{2}\left[-u_j^{n+1/3} u_{i,j}^{n+1/3} \quad -p_{,i}^n/\rho \quad +\nu(u_{i,j}^{n+1/3} + u_{j,i}^{n+1/3})_{,j} \quad +f_i^{n+1/3}\right] \\
u_i^{n+1} - u_i^n &= \Delta t\left[-u_j^{n+1/2} u_{i,j}^{n+1/2} \quad -p_{,i}^{n+1}/\rho \quad +\nu(u_{i,j}^{n+1/2} + u_{j,i}^{n+1/2})_{,j} \quad +f_i^{n+1/2}\right]
\end{aligned} \tag{3}$$

ここで, 非圧条件を満足させるために, 次のポアソン方程式を導入する.

$$p_{,ii}^{n+1} = \frac{u_{i,i}^n}{\Delta t} - (u_j^{n+1/2} u_{i,j}^{n+1/2})_{,i} + \nu(u_{i,j}^{n+1/2} + u_{j,i}^{n+1/2})_{,ij} + f_{i,i}^{n+1/2} \tag{4}$$

3. 数値計算例

図 1 に示す二次元矩形水槽内の密度流れ [2] の問題を解析する. 水槽の左側 $\frac{2}{3}$ の部分に密度 $\rho_1 = 1.0$ の液体を満たし、右側 $\frac{1}{3}$ の部分に密度 $\rho_2 = 1.2$ の液体を満たし. 初期値状態として、両者の間は仮想的な隔壁で仕きられており、液体は完全静止の状態に有るものとする. 領域内の密度分布を表すために 2 種類のマーカーが配置される. いま k 番目の要素中に, 密度 ρ_1 のマーカーが m_1個, 密度 ρ_2 のマーカーが m_2個. このとき, この要素における局所密度 ρ^k を

$$\rho^k = \frac{m_1\,\rho_1 + m_2\,\rho_2}{m_1 + m_2} \tag{5}$$

にとして計算する. $t = 0$ の時瞬間的に隔壁を取り除き, その後の両液体の運動を数値計算した結果が図 2 である.

4. おわりに

本計算で、三段階 Taylor-Galerkin 法を導入した解法はランピングパラメータを用いる解法 [3] に比べて精度が良いことが確認された.

5. 参考文献

[1] 江 春波, 畑中, 川原, 樫山, An accurate finite element method for convection-diffusion problems, 日科技連, 第5回計算力学シンポジウム報文集, 211-218, 1991年10月.

[2] B.J.Daly and W.E.Pracht, Numerical Study of Density-Current Surges, THE PHYSICS OF FLUIDS, 15-30, Vol.11, 1968.

[3] M.Kawahara and K.Ohmiya, A Finite Element Method for Density Flow Using Velocity Method, THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS, 43t-47, Vol.34, Proc. of the 34th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1984.

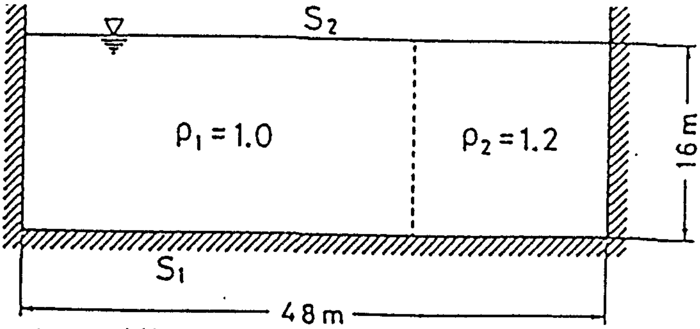

図 1 計算のモデル

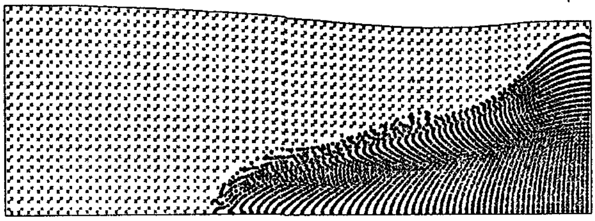

図 2(a) t=6 秒

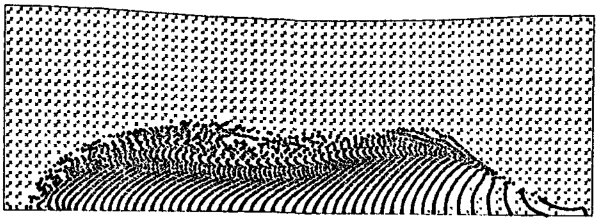

図 2(b) t=12 秒