

1 まえがき

Forced Plume の流れでは、流下に従って周囲流体の連行率が增大する¹⁾。これは、流れの状態が Jet-like から Plume-like へと移行し、それに伴って大規模渦に代表される乱流構造が変化するためと考えられている。しかし、現在までに明らかにされている Jet-like-flow と Plume-like-flow との乱流構造の違いからは、連行率の変化を物理的に明瞭な形で説明できない。著者らは、この連行率の変化の一因は、Plume 中の大規模渦の循環が時間的に（流下に伴って）変化することにあると推定している。循環が保存しないと考えるのは、大規模渦が密度界面に存在しているために、渦の表面付近で密度勾配と重力の方向が異なり、Bjerknes の定理²⁾によって新たに渦度（以下では 2 次渦度と呼ぶ）が発生すると考えられるからである。本研究では、Plume において大規模渦のまわりに発生する 2 次渦度を渦度方程式を基礎として解析し、渦の循環値の流下に伴う変化を求めた。さらに、2 次渦度が周囲流体の連行に果たす役割について考察し、Forced Plume の連行率の流下方向変化を説明しようと試みた。

2 問題の定式化

解析の対象は 2 次元上向きの慣性力の弱い範囲の Forced Plume（以下では、単に Plume と呼ぶ）とする。ここでは、大規模渦はすでに形成されているものとして、いわゆる確立領域のみを扱うこととする。

図 1 の座標系に対して、 z 方向の無次元渦度方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + F_d^2 \left(u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = -\frac{a}{L} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{F_d^2}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

ここに、 u, v はそれぞれ x, y 方向の流速、 ω は渦度、 L は代表長さ（放出口幅）、 a は大規模渦の初期の半径、 f は $\rho = \rho_0 - \Delta \rho_0 f$ で表わされる無次元密度差分布関数、 F_d, Re は、密度 Froude 数および Reynolds 数であり、それぞれ $F_d = U / \sqrt{\frac{\Delta \rho_0}{\rho_0} g L}$ 、 $Re = UL / \nu_t$ である（ U は代表流速、 ρ_0 は基準密度、 $\Delta \rho_0$ は代表密度差、 ν_t は渦動粘性係数である）。なお、式 (1) において右辺第一項が Bjerknes の定理による渦度の発生を表している。式 (1) より粘性項を省略し、 F_d^2 を摂動パラメータとして、

$$\omega = \omega_0 + F_d^2 \omega_1 \quad (2)$$

と摂動展開すると、 F_d^2 の 0 次、1 次のオーダーについてそれぞれ次式を得る。

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial t} = -\frac{a}{L} \frac{\partial f}{\partial y} \quad (3) \quad \frac{\partial \omega_1}{\partial t} = -\left(u_0 \frac{\partial \omega_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \omega_0}{\partial y} \right) \quad (4)$$

以下では、 ω_0, ω_1 をそれぞれ 0 次、1 次の 2 次渦度と呼ぶ。また u_0, v_0 は、0 次の 2 次渦度 ω_0 によって生起する流速である。式 (3) において密度差分布関数 f を決定すれば、 ω_0, ω_1 が求まる。

流れ場の密度分布については以下のように考える。Plume 中の密度分布は複雑であるが、Plume 領域（渦のない部分）、大規模渦の内部、周囲流体に分けて時間的・空間的に平均をとると、
 $\rho_{\text{Plume}} < \rho_{\text{Eddy}} < \rho_{\text{Env}}$ (5)

が成立すると思われる。以下の議論では、この平均密度を用いることとし、さらに図 2 に示すように大規模渦の周辺で、密度がなめらかに接続するような遷移層をもつと考えることにする。さて、この状態に対して、前述の Bjerknes の定理を適用すると、大規模渦の表面付近の密度遷移層内に 2 次的な渦度が発生することになる。

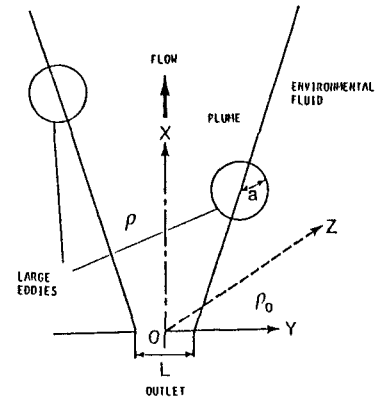


図 1: 座標系

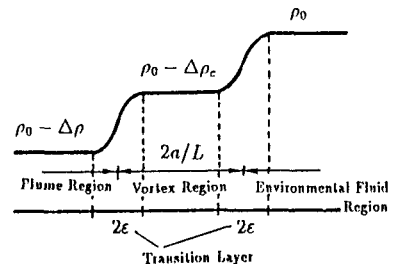


図 2: 密度分布

3 解析結果：2次渦度の性質

一例として、 $a/L = 0.5$, $\epsilon = 0.25$, $F_d = 0.6$, $\Delta\rho_0/\rho_0 = 0.01$, $R_e = P_e = 9.6$ の条件の下で行った解析結果について述べる。(なお、2次渦度の符号は、大規模渦の渦度と同じ向きを正とした。) 図3に $t = 8$ における2次循環(それぞれ ω_0, ω_1 による単位角当りの循環) Γ_0, Γ_1 を示す。 Γ_0 は、ほぼ全周で大規模渦と同じ向き(正)となっている。ただし、Plumeと周囲流体との間の時間平均した界面が鉛直軸から傾いているため、 $\theta = 0 \sim 0.2, \pi \sim \pi + 0.2$ (θ は鉛直軸から時計まわりにとった円周座標)の狭い範囲においてのみ、大規模渦と反対向き(負)の循環を生じている。しかし、この値は、相対的に非常に小さい。一方、 Γ_1 は、慣性項の非線形効果によって、より高周波となっている。また、 Γ_1 を円周方向に積分した総循環は0である。これは、1次解に対する基礎式(4)には、渦度の発生を表わす浮力項が含まれていないためである。

図4に Γ_0 および Γ_1 の最大値 (Γ_0 では $\theta = \frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi$, Γ_1 では $\theta = \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$ での値)の時間変化を示す。同図より、 Γ_0 は、時間の経過とともに増加していくが、次第に一定値に漸近していく。これは、時間の経過(流下)とともに密度差が逓減していくために、誘起される2次渦度が小さくなるためである(0次の2次渦度は渦の内外の密度差に比例する)。一方、 Γ_1 は、時間の経過とともに、非線形に増大していき、 $t \rightarrow \infty$ では発散する。もちろん、本解析では摂動法を用いて解を求めているため、 ω_0 と ω_1 が同オーダーである必要があり、この条件が満たされなくなった時刻以降の解は意味をもたない。

さて、円周方向に積分した総2次循環について考えれば、1次の成分は前述のように0となり、0次の成分のみで決まることになる。結局、総2次循環は、時間の経過とともに徐々に増加し、ある値に漸近していくことになる。

4 2次渦度が連行に果たす役割

最後に、発生した2次渦度が連行に果たす役割について考察する。2次渦度の向きは、前述のようにほぼ全周において大規模渦と同じ向きとなる。ところで、2次元均質流体場においては、大規模渦周辺に仮想的に新たに同じ向きの渦度を発生させた場合、大規模渦はそれほど大きく変形せず、大規模渦と2次渦度とが一体化することが確認されている。もちろん、大規模渦が密度界面にある場合には、若干異なった挙動を示すと考えられるが、ここでは、均質流体の場合と同様に、発生した2次渦度が大規模渦と一体化すると考えることにする。そうすると、前述の議論より、大規模渦の循環は、0次の2次渦度の発生によって、流下にもない徐々に増加し、ある値に漸近していくことになる。

さて、大規模渦はその循環が大きいほど、連行能が大きいと思われる。すると、Forced Plumeの連行率の流下方向変化と、本解析で得られた大規模渦の循環の流下方向変化は定性的には矛盾なく一致する。このことより、Forced Plumeの連行率が流下にもない増加するメカニズムの一つの大きな鍵は、この2次渦度の発生による大規模渦の循環の増加にあると考えられる。

参考文献

- 1) 室田明・中辻啓二・中井正則：土木学会論文集，第369号/II-5，pp.23-31，1986.
- 2) Yih, Y.S.: *Stratified Flows*, Academic Press, pp.11-13, 1980.

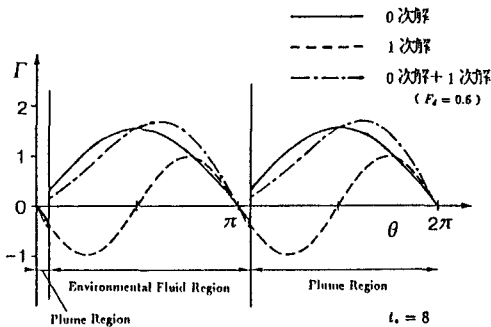


図3: 2次循環

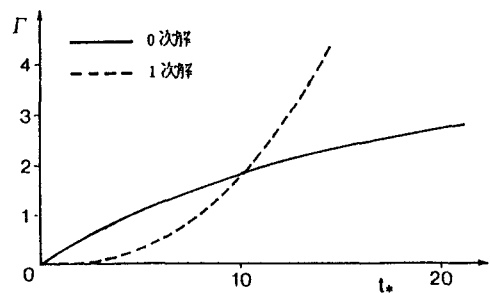


図4: 2次循環の時間変化