

1. まえがき

気泡噴流は、温度差あるいは溶解物質濃度差によるブルームと同様に、気泡による浮力で気泡噴流を形成する。二次元気泡噴流において気泡の相対速度および気泡の容積変化を無視すれば、気泡噴流の問題は簡単化されて、ブルームと全く同じに取り扱うことができる。この報告は、気泡の容積変化を無視するが、気泡の相対上昇速度を用い、拡散係数は中心流速と噴流幅に比例するものとして、線源気泡噴流を解析したものである。

2. 気泡噴流の基礎式

気泡が周囲の液体に対して一定の相対速度で上昇するものとする。単位体積中に占める気泡の体積（以後、気泡密度と称する）は十分小さいものとしてブジネスク近似を用いる。図-1に示すように気泡噴流の中心軸に沿って鉛直方向へ x 軸、水平方向に y 軸をとると次の連続の式、運動方程式、および気泡の保存式が成り立つ。

連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \cdots (1)$$

運動方程式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \sigma g + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cdots (2)$$

気泡の保存式

$$(u + w) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) \cdots (3)$$

u : x 方向の流速 v : y 方向の流速 σ : 気泡密度

w : 気泡の相対上昇速度 D : 拡散係数 g : 重力加速度

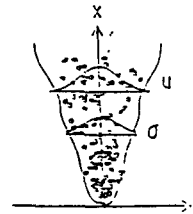


図-1

二次元ブルームに対するSchmidt の解が一定の中心流速をもち直線的に広がっていくことから、この気泡噴流についても同様な解を仮定する。連続の式の代わりに、流れ関数 ϕ を次のように導入する。

$$\phi = u_0 x \phi(\eta) \quad \eta = y/x \cdots (4)$$

$$\text{流速は } u = u_0 \phi'(\eta) \quad v = u_0 \{\eta \phi'(\eta) - \phi(\eta)\} \cdots (5) \text{ となる。}$$

また気泡密度 σ は x に反比例するとして $\sigma = \tau(\eta)/x \cdots (6)$ とおく。

簡単のため、拡散係数 D は、断面で一定と仮定し、運動方程式および気泡の保存式に対して同じ値をとるものとした。 $D = \lambda u_0 x \cdots (7)$

ここで(2), (3) に(5) ~ (7) を代入すると

$$-u_0^2 \phi \phi'' = \tau g + \lambda u_0^2 \phi'' \cdots (8) \quad -u_0 \{\phi \tau\}' - w \{\tau \eta\}' = \lambda u_0 \{\tau'\} \cdots (9)$$

さらに(9) は積分される。ここで境界条件は、 $\eta = 0$ で、 $\phi = 0, \tau' = 0$ であるので、

$$u_0 \phi \tau + w \eta \tau + \lambda u_0 \tau' = 0 \cdots (10) \text{ が得られる。}$$

$$\text{さらに } \phi = \sqrt{\frac{\lambda w}{u_0}} \Phi(\zeta), \quad \tau = \frac{w^2}{g} \Theta(\zeta), \quad \eta = \sqrt{\frac{\lambda u_0}{w}} \zeta \text{ とおくと、(8), (10) は}$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi \Phi'' + \Phi''' + \Theta = 0 \\ \Phi \Theta + \zeta \Theta' + \Theta = 0 \end{aligned} \right\} \cdots (11)$$

となる。

$\zeta = 0$ の付近における(11)の解は次のように展開される。

$$\left. \begin{aligned} \Theta &= \Theta_0 + \Theta_2 \zeta^2 + \Theta_3 \zeta^3 + \Theta_4 \zeta^4 + \Theta_5 \zeta^5 + \dots \\ \Phi &= \Phi_1 \zeta + \Phi_3 \zeta^3 + \Phi_4 \zeta^4 + \Phi_5 \zeta^5 + \Phi_6 \zeta^6 + \dots \end{aligned} \right\} \dots (12)$$
 これらを(11)に代入して係数を比較すれば次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_3 &= -\frac{\Theta_0}{6}, \quad \Phi_4 = 0, \quad \Phi_5 = \frac{\Theta_0}{60} \left\{ \Phi_1 + \frac{(\Phi_1 + 1)}{60} \right\}, \quad \Phi_6 = 0 \\ \Theta_2 &= -\frac{\Theta_0(\Phi_1 + 1)}{2}, \quad \Theta_3 = 0, \quad \Theta_4 = \frac{\Theta_0(\Phi_1 + 1)^2}{8}, \quad \Theta_5 = 0 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

これらの諸式より任意の Φ_1 、 Θ_0 を与えれば、順次係数の値が求められることになる。これより、 $\zeta = \Delta \zeta$ での Φ 、 Θ を求めることができ、以降はRunge-Kutta 法により数値として求めた。

3. 計算結果

図-2 に静水中での気泡噴流の条件を満足する Φ_1 、 Θ_0 の関係を示す。各々図-3、図-4 に x 方向成分の流速分布 Φ'/Φ_1 、気泡密度分布 Θ/Θ_0 を示す。図より Φ_1 の変化による Φ'/Φ_1 の変化は小さい。 Θ/Θ_0 の分布は Φ'/Φ_1 に比較して Φ_1 の変化に大きく影響される。図-5 は y 方向成分の流速分布 $\zeta\Phi' - \Phi$ を示したものであり、気泡噴流の中心 $\zeta = 0$ に近づくにしたがって減速することを示している。

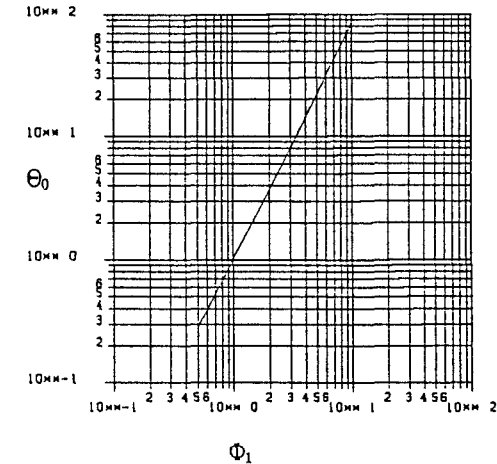


図-2

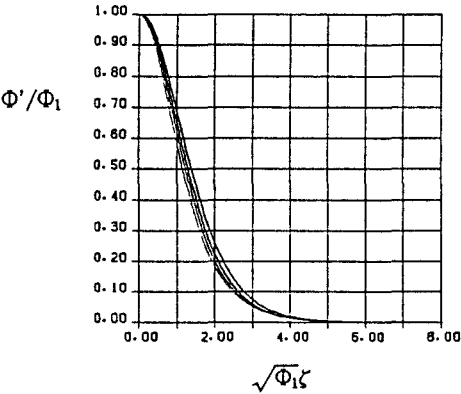


図-3

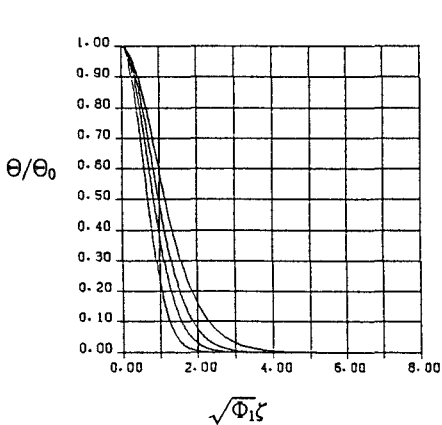


図-4

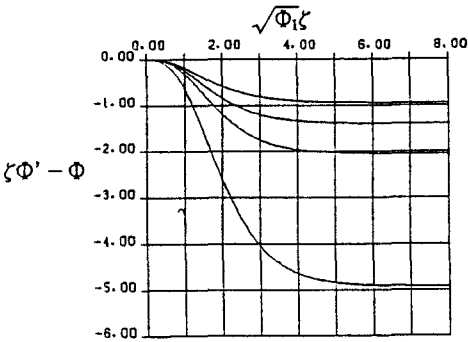


図-5