

(Ⅱ-23) 新記録の出現理論に基づく大雨の発生頻度に関する研究

中央大学理工学部 学生員 渡辺武彦

中央大学理工学部 正 員 山田 正

1. はじめに

従来、大雨の極値特性に関しては Gumbel, Chow らの極値統計学が用いられてきたが、データに当てはめべき分布関数の選択が常に問題となっている。一般には、複数の分布関数の中から最も適合すると判断される関数を選択するが、対象とされる雨量データが質的、量的に不十分なことから、確率分布の母数推定に十分な条件を与えられない場合が多い。そこで本研究では、分布関数の選択を必要としない統計理論として1960年代以降から発達した新記録の出現頻度理論に着目してその理論値と日本各地の実測データによる大雨の出現頻度との比較、検討を行ったものである。

2. 新記録の出現頻度理論

いま、記録がある年からとられはじめたものとし、各年の年最高記録にだけ注目する。このとき、最初の年の最高記録はもちろん新記録である。そうして、もし降雨特性に年ごとの変化がなく、各年の最高記録が同一の連続分布に従うものとするならば、 i 年目の最高記録が新記録である確率は、 $1/i$ になる。なぜならば、 $1, 2, \dots, i$ 年目のうち、どれが最大になるかはすべて等確率で、その確率は $1/i$ に等しいからである。以下、参考文献(1)に従うと、確率変数 X_i を

$X_i = 1$: i 年目の記録が新記録であるとき

0 : そうでないとき

と定義すると、それらは互いに独立で

$$\Pr\{x_i=1\} = 1/i \quad \Pr\{x_i=1\} = (i-1)/i \quad (1)$$

となり、それらの期待値と分散はそれぞれ

$$E(x_i) = \Pr\{x_i=1\} = 1/i \quad (2)$$

$$V(x_i) = E(x_i^2) - E(x_i)^2 = \Pr\{x_i=1\} - \Pr\{x_i=1\}^2 = (i-1)/i^2 \quad (3)$$

と計算される。ここで、 n 年間の新記録数を R_n とすると

$$R_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (4)$$

であるから、その期待値と分散が

$$E(R_n) = 1 + 1/2 + \dots + 1/n \quad (5)$$

$$V(R_n) = 1 + 1/2^2 + \dots + 1/n^2 - 1/n^2 = 1 + 1/2^2 - \dots - 1/n^2 \quad (6)$$

と表されることになる。ここで、 n が 1 から 200 までの $E(R_n)$ とその散らばりを示す (図 1)。

さらに、新記録数 R_n の確率分布を求めてみる。いま、

$$p(r;n) = \Pr\{R_n=r\} \quad (7)$$

とおくと、 $\{R_n=r\}$ という事象は、 $\{R_n=r-1, \text{かつ } x_n=1\}$ と $\{R_n=r, \text{かつ } x_n=0\}$ という 2 つの排反な事象の和として表されるから、

$$p(1;1) = 1 \quad (8)$$

$$p(r;n) = 1/n \cdot p(r-1;n-1) + (n-1)/n \cdot p(r;n-1) \quad (9)$$

$$(r=1, \dots, n; n=2, 3, \dots)$$

という関係が成り立つ、ただし、

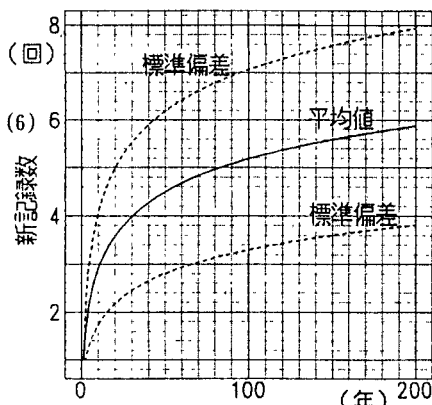


図 1 新記録数の平均と散らばり

$$p(0;n) = p(n+1;n) = 0 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (10)$$

とする。なお、本論文では上記(8),(9)式の漸化式を数値的に計算している。

3. 実測データによる新記録の出現頻度

まず、対象とする雨量データは新記録の出現頻度理論に基づき年最大日降雨量(東京:1876-1990)を用いた。図2によると115年間に於いて新記録は6回起きており、これは図1に示す新記録の出現頻度理論による値5.33にほぼ一致している。さらに、データの初期年を何処に取るかによって新記録の出現頻度に多少なりとも影響を及ぼすと考えられるので、 n 年間に於ける新記録の発生頻度を考える際に初期年を移動させたデータを用いた(図3)。図4は、図3から得られる実測データによる度数分布と新記録の発生理論による確率分布を示すものである。

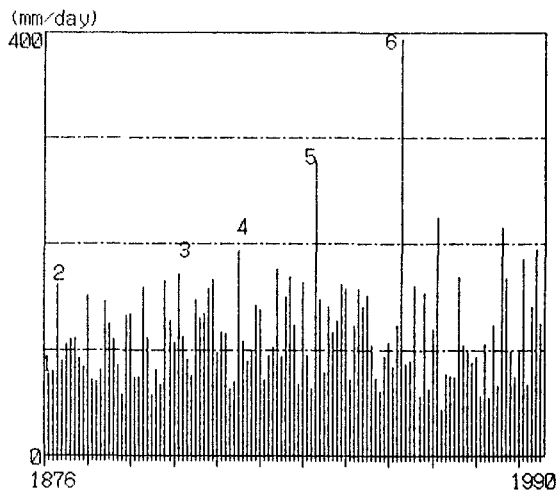


図2 115年間の年最大日降雨量(東京)

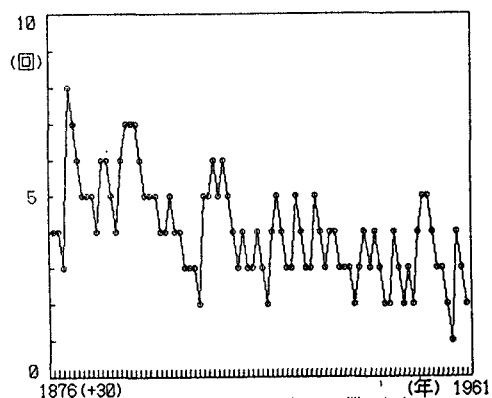


図3 30年間の新記録の回数(東京)

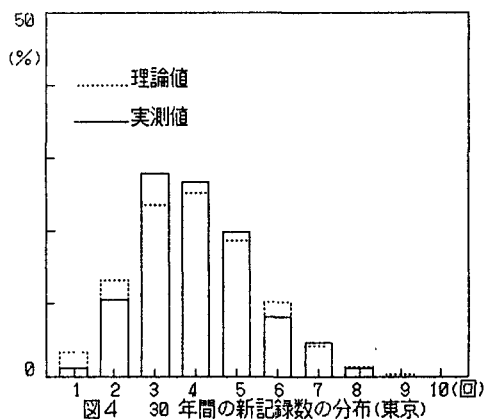


図4 30年間の新記録数の分布(東京)

4. 結果と考察

図4より、新記録の発生頻度理論による確率分布は実測データとほぼ合っていることが分かる。また、ここでは各30年間の東京の雨量データを用いたが、年数を変えた場合や他の地点に於いても比較・検討を行った結果、同様の結果が得られている。これより、新記録の発生頻度理論が大雨の極値特性に当てはまることが分かった。今後はこの理論の延長線上にある過去の新記録のデータから次の新記録の出現時点を予測する方法や降雨特性に変化がある場合の出現間隔分布についても検討する予定である。

5. 参考文献

- 1) 竹内 啓・藤野和建: スポーツの数理科学、共立出版株式会社、PP. 1~10、1988.
- 2) 吉川秀夫: 河川工学、朝倉書店、PP. 17~31、1990.