

(Ⅱ - 12) 内部波の緩勾配方程式と浅水変形に関する研究

中央大学理工学部 学生員 桑嶋知哉
中央大学理工学部 正 員 山田 正

1. はじめに

本研究は、内部波の緩勾配方程式を導出し浅水変形特性を考察したものである。

2. 緩勾配方程式の導出

上層厚を h_1 、下層厚を h_2 、上層、下層の速度ポテンシャルを ϕ_1 、 ϕ_2 、境界面の変動量を η と置き、図1のように座標を設定する。このときの ϕ_1 、 ϕ_2 は以下のように求まる²⁾。

$$\phi_1 = -\frac{i\sigma}{k} \frac{gk \cosh(k(z-h_1)) + \sigma^2 \sinh(k(z-h_1))}{(gk \tanh(kh_1) - \sigma^2) \cosh(kh_1)} \eta \quad (1)$$

$$\phi_2 = \frac{i\sigma}{k} \frac{\cosh(k(h_2+z))}{\sinh(kh_2)} \eta \quad (2)$$

同様に分散関係式を $C^4 \ll C^2$ という条件で求めると、

$$C^2 = \frac{g \Delta \rho}{k \rho} \frac{1}{\coth(kh_1) + \coth(kh_2)} \quad (3)$$

次に内部波における群速度 C_g を求めると、

$$C_g = C \frac{d\sigma}{dk} = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{kh_1 \operatorname{cosech}^2(kh_1) + kh_2 \operatorname{cosech}^2(kh_2)}{\coth(kh_1) + \coth(kh_2)} \right) = C n \quad (4)$$

下層での x 方向の速度 u_2 、変動圧力 Δp_2 を求めると

$$u_2 = \sigma \frac{\cosh(k(h_2+z))}{\sinh(kh_2)} \eta \quad (5), \quad \Delta p_2 = \rho_2 \frac{\sigma^2 \cosh(k(h_2+z))}{k \sinh(kh_2)} \quad (6)$$

この2式と連続の式及び線形化された運動方程式を用いると次の式を得る。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \nabla \frac{\Delta \rho}{\rho} \left(\frac{C_s^2}{n_s} \frac{\partial (n_s \eta)}{\partial x}, \frac{C_s^2}{n_s} \frac{\partial (n_s \eta)}{\partial y} \right) = \nabla \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{C_s^2}{n_s} \nabla (n_s \eta) \quad (7)$$

n_s 、 C_s はそれぞれ表面波の群速度と位相速度の比、位相速度であり、(7)式は表面波の緩勾配方程式と同様の形をしている。ここで注目すべきは(7)式は内部波の緩勾配方程式であるにもかかわらず n_s 、 C_s は表面波のものとなっている点である。内部波としての特性は $\sigma-k$ 関係に内部波の分散関係式((3)式)を用いることで導入されている。

3. 内部波における浅水変形

内部波も表面波と同様に水深の変化によって、波長、波高が変化する。ここで、水深が異なる2断面間でのエネルギーの収支考えるために緩勾配の仮定を設ける。さらに、上下層間でのエネルギーの出入りは無いものとし、内部波における深海波とは上層厚にはよらず下層厚と波長との関係によって定義されるものとする。以上のような仮定により内部波における浅水変形も表面波の浅水変形と同様に次の式を得る。

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{n_0 c_0}{n c}} = K s \quad (\text{浅水係数}) \quad (8)$$

(添え字 0 は深海波を意味する。以後も同様。)

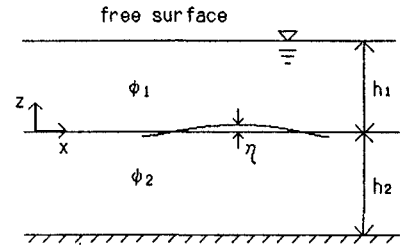


図1

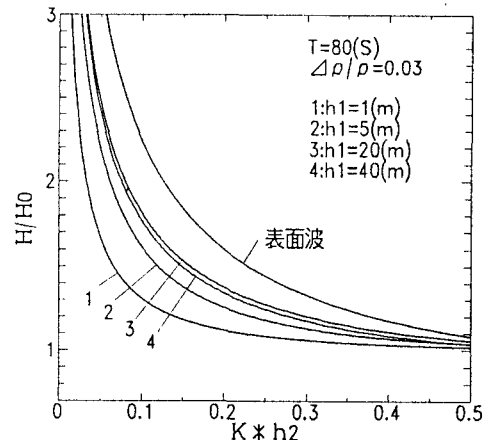


図2 内部波における浅水変形(その1)

次に、分散関係式を用いて c_0 、 n の式を用いて n_0 を求めて (8) に代入して、次の式を得る。

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{k_0 h_1 \operatorname{cosech}^2(k_0 h_1)}{\coth(k_0 h_1) + 1}\right) \sqrt{\frac{1}{k_0} \frac{1}{\coth(k_0 h_1) + 1}}}{\left(1 + \frac{k h_1 \operatorname{cosech}^2(k h_1) + k h_2 \operatorname{cosech}^2(k h_2)}{\coth(k h_1) + \coth(k h_2)}\right) \sqrt{\frac{1}{k} \frac{1}{\coth(k h_1) + \coth(k h_2)}}}} \quad \text{---- (9)}$$

(9) 式を用いて、周期 (T)、上層厚 (h_1)、上下層間の密度差 ($\Delta \rho / \rho$) の与える影響をグラフに示す。

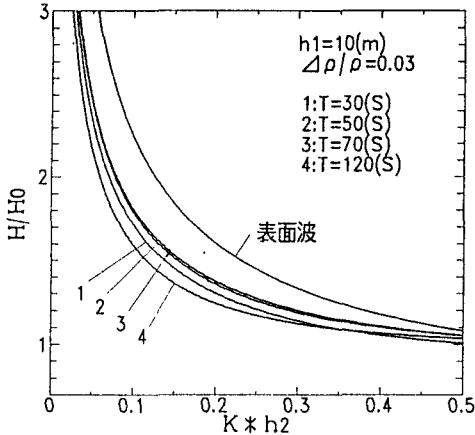


図3 内部波における浅水変形 (その2)

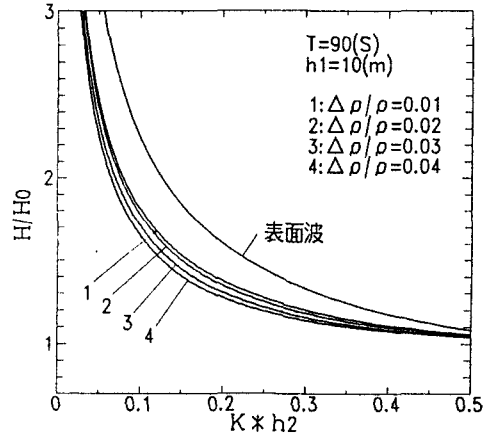


図4 内部波における浅水変形 (その3)

4. 考察

内部波の浅水変形の H/H_0 は、周期、上層厚、上下層の密度差の3つのいずれにも影響を受けるが、結局、深海波の波数と上層厚の積 $k_0 h_1$ により決まる。図2は上層厚、上下層の密度差を一定にして周期を増加させた場合であるが、70(S)のときに H/H_0 は最大になっている。これは周期の増加に従い $k_0 h_1$ の値が減少してきて70(s)の時に1に最も近づいたからである。これは図3、図4についてもいえる。つまり $k_0 h_1$ が1のときに H/H_0 は最大になる。図5、6はそれぞれ $k_0 h_1$ を1から減少させた場合、増加させた場合である。これより、内部波の浅水変形による波高の変化は表面波により小さいことがわかる。

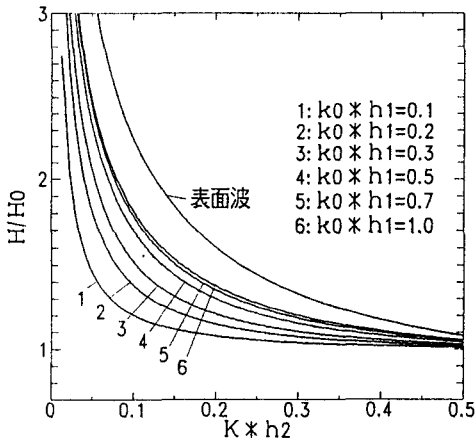


図5 内部波における浅水変形 (その4)

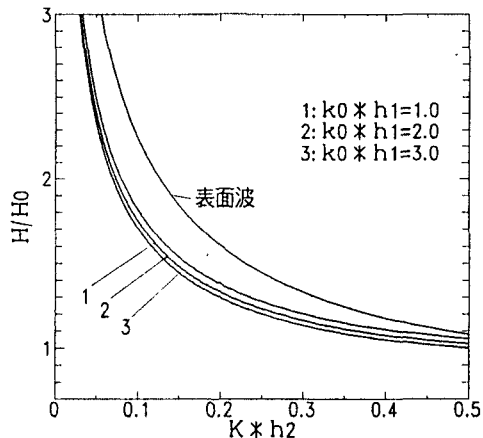


図6 内部波における浅水変形 (その5)

5. 参考文献

- 1) 服部昌太郎：海洋工学、コロナ社、PP. 13～39、1987.
- 2) 富永政英：海洋波動、共立出版、PP. 543～548、1976.