（Ⅱ－11） 自然境界条件による開境界処理法を用いた水面波動解析

中央大学　学生員　三林孝文
中央大学　正会員　樫山和男

1．はじめに

有限要素法や差分法などの領域型の解法によって海岸・海洋などの開境界を有する水面波動問題の解析を行う場合には、無限遠方における条件（ゾンマーフェルトの放射条件）を考慮するための開境界処理を行う事が必要不可欠になる。これまで、水面波動問題における開境界処理法として、１）固有関数展開表示された解析解を用いる方法、２）境界要素法を用いる方法、３）無限要素を用いる方法、４）放射条件を開境界上で与える方法、などが提案されている。

本研究は、上記の方法の中で最も簡便な４）の方法に着目し、この解法の精度と実用性についての検討を行ったものである。数値解析例として、長方形港湾と有明海の湾水振動問題をとりあげ、解析解との比較を行った。

2．基礎方程式と有限要素法による離散化

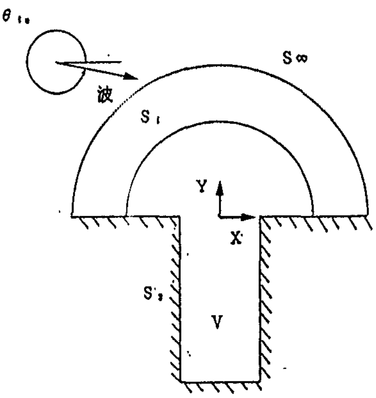
流体は、非圧縮、非粘性で非回転の流体運動を仮定する。
波の基礎方程式と境界条件は、次のように与える（図－１参照）。

$$(CC_g\eta_{,i})_{,i}+k^2CC_g\eta=0 \quad \text{in } V \qquad (1)$$

$$\eta_{s,r}+ik\eta_s=0 \quad \text{on } S_\infty \qquad (2)$$

$$\eta_{,n}=0 \quad \text{on } S_2 \qquad (3)$$

ここに、η：合成波の振幅関数、η_s：散乱波の振幅関数、C：波速、C_g：郡速度、k：波数、i：虚数単位、r：開境界半径、n：境界に立てた外向き法線方向である。



図－１　領域定義図

また、合成波の振幅関数は、線形であるので、入射波の振幅関数η_I、反射波の振幅関数η_R、散乱波の振幅関数η_sの和で表される。

$$\eta=\eta_I+\eta_R+\eta_s \qquad (4)$$

ここで、入射波η_Iと反射波η_Rは、既知量である。本手法では、無限遠方上で課せられる放射条件を、境界S_1上で課し、自然境界条件により処理する。すなわち、境界S_1上で次式が成立する。

$$\eta_{,r}+ik\eta=(\eta_I+\eta_R)_{,r}+ik(\eta_I+\eta_R)=f \quad \text{on } S_1 \quad (5)$$

上記の基礎方程式と境界条件に重み付き残差法を適用し、三角形１次要素を用いて離散化を行うと次式の有限要素方程式が得られる。

$$\{K-k^2M+ikM'\}\eta=F \qquad (6)$$

3．数値計算例

本計算法の精度を検討するために、解析解[2]の存在する長方形港湾に対する湾水振動解析を行った。そして、開境界の設定位置を１層から５５層まで変化させて解析を行い、開境界設定位置が変化することによって解析精度がどのように変化するのかの検討を行った（図－１は１０層の場合）。なお、観測点Ｐを湾奥にとり、計算条件として水深一定ｈ＝２５．７２４６cm、入射角θ_{in}を２７０度（汀線に直角）とした。図－２に開境界設定位置と振幅誤差の関係を示す。図中、＋印はＫＬ＝１．３５の場合、△印はＫＬ＝４．２の場合であり、いずれも固有周期に相当する場合である。図より、開境界設定位置を沖側にとることにより、誤差が周期的に変動しつつ減少していることがわかる。

次に、実際例として、図－４の有明海の湾水振動解析を行い、本手法による結果と１）の方法で求められ

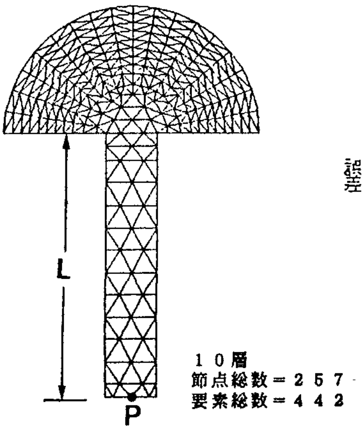
た数値解とを比較した。開境界設定位置を大きくとっていくことにより（図－４は１０層の場合）、１）の方法で求められた数値解に近づいていくことがわかる。

４．おわりに

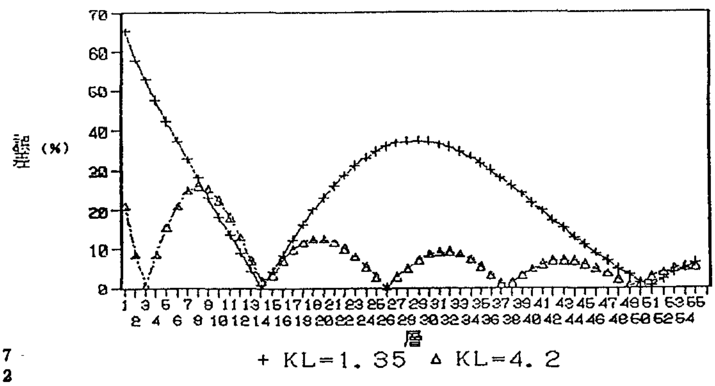
本報告では、自然境界条件によりゾンマーフェルトの放射条件を開境界上で処理する方法の精度の検討を行った。その結果、以下のことが明らかになった。

１）開境界の設定を沖側に設定するに従って、誤差は、周期的に変動しつつ減少する。

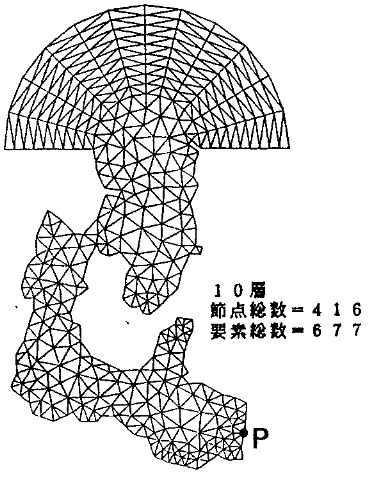
２）有明海の湾水振動解析に適用したところ、開境界設定位置を十分沖側（３０層）に設定した結果は、他の厳密な解法による結果とほぼ同じ結果となった。



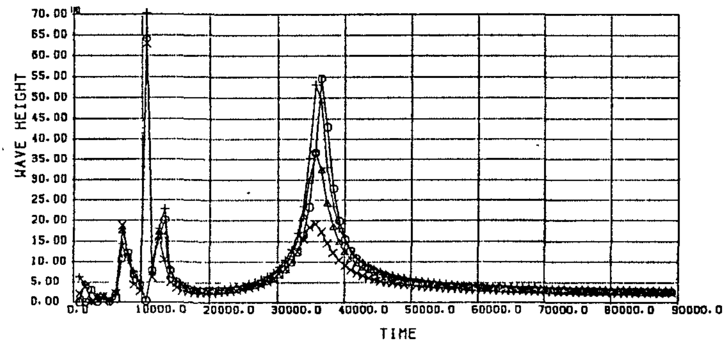
図－２　長方形港湾の要素分割



図－３　点Ｐにおける振幅関数の誤差の挙動



図－４　有明海の要素分割



×：１０層　△：２０層　＋：３０層　○：１）の手法で求められた数値解

図－５　点Ｐにおける周波数応答曲線

参考文献　（１）樫山和男・菊池隆二：第４１回土木学会中国四国支部研究発表会講演概要集，pp188-189,
（２）Chen,H.S. and Mei,C.C.,Persons Lab.,MIT,Report No.190,1977.